



CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS

Artículo Original de Investigación

Modelación de objetos compactos anisotrópicos

Aurora Pérez Martínez ^{1*} <https://orcid.org/0000-0001-9941-4462>
Gretel Quintero Angulo ² <https://orcid.org/0000-0002-7301-5276>
Diana Alvear Terrero ¹ <https://orcid.org/0000-0001-7163-7074>
Hugo Pérez Rojas ¹ <https://orcid.org/0000-0002-8329-4889>
Daryel Manreza Paret ² <https://orcid.org/0000-0002-6049-639X>
Lismary de la Caridad Suárez González ¹ <https://orcid.org/0000-0002-1727-3553>
Samantha López Pérez ¹ <https://orcid.org/0000-0002-2887-4776>

¹ Instituto de Cibernética Matemática y Física (ICIMAF). La Habana, Cuba

² Facultad de Física, Universidad de La Habana. La Habana, Cuba

*Autor para la correspondencia: aurora@icimaf.cu

Revisores^a

Editor

Amanda Gómez Bahamonde
Academia de Ciencias de Cuba.
La Habana, Cuba

Traductor

Yoan Karell Acosta González
Academia de Ciencias de Cuba.
La Habana, Cuba

^a N. del E.: En este apartado figuran los nombres de los árbitros que accedieron a revelar su identidad, como expresión de apertura progresiva del proceso de revisión por pares. No aparecen aquellos que optaron por el anonimato

RESUMEN

Introducción. La comprensión de la composición y la estructura macroscópica de los Objetos Compactos constituye uno de los mayores desafíos de la Astrofísica. En particular, si estos están magnetizados, pues en este caso nos encontramos ante el problema, aún no resuelto, de hallar la estructura de una estrella cuya forma no es esférica. **Métodos.** Dando continuidad a nuestros estudios dentro de esta temática, en el presente trabajo se construyen, a partir de las Ecuaciones de Einstein, un sistema de ecuaciones de estructura aproximadas para objetos compactos esferoidales. Dichas ecuaciones tienen un carácter general y han sido utilizadas exitosamente para el estudio de Enanas Blancas, Estrellas de condensado de Bose-Einstein y Estrellas Extrañas magnetizadas. **Resultados.** En paralelo, se obtuvieron soluciones de las ecuaciones de Einstein aplicables a la descripción de las magnetosferas estelares, y se realizó un estudio preliminar de un modelo de jets astrofísicos. **Conclusiones.** A partir de estas investigaciones fue posible demostrar que un campo magnético uniforme no incrementa la masa máxima de estas estrellas, siendo su mayor efecto contribuir a la deformación de los mismos. Asimismo, se propuso y validó un mecanismo para la generación del campo magnético, lo cual constituye una de las mayores novedades del trabajo, y se comprobó que son las estrellas de masas intermedias las que causarían las ondas gravitacionales de mayor amplitud.

Palabras clave: objetos compactos magnetizados; enanas blancas; estrellas de neutrones; espacio-tiempo axisimétrico.



Theoretical modeling of anisotropic compact objects

ABSTRACT

Introduction. The understanding of the composition and macroscopic properties of compact objects is one of the biggest challenges of Astrophysics. In particular, if the object is magnetized, one faces the still unsolved problem of finding the structure of a non-spherical star. Following our studies on these topics, here we present a set of structure equations for spheroidal compact objects, as long as they are not too far from the spherical shape. **Methods.** These equations describe any compact object whose equation of state has magnetic anisotropy, and have been successfully applied to the study of magnetized White Dwarfs, Bose-Einstein condensate Stars and Strange Stars. **Results and Discussion.** As collateral results, we obtained solutions to Einstein's equations suitable for describing the magnetosphere of compact objects, and performed a preliminary study of a model for astrophysical jets. **Conclusions.** From these studies, we show that a uniform magnetic field does not increase the maximum mass of compact objects, its biggest effect being their deformation. In addition, we proposed and validated a mechanism for the generation of the stellar magnetic field, which constitutes one of the major novelties of the work, and found that the stars of intermediate masses are the candidates to produce the most intense gravitational waves.

Keywords: magnetized compact objects; white dwarfs; neutron stars; axisymmetric spacetimes.

INTRODUCCIÓN

La mayoría de los objetos compactos conocidos (enanas blancas y estrellas de neutrones) presentan altos campos magnéticos ⁽¹⁾ que los alejan de la forma esférica. ⁽²⁾ Esto se debe a que el campo magnético provoca que la presión ejercida por el gas que compone la estrella sea distinta en las direcciones paralela y perpendicular al eje magnético, dando lugar a ecuaciones de estado (EdE) anisotrópicas. El equilibrio macroscópico de una estrella se logra gracias al balance entre la gravedad –que tiende a comprimir la materia que la compone hacia su centro– y la presión que esta materia ejerce hacia afuera. Por tanto, un objeto compacto cuya presión interna sea isotrópica es esférico, mientras que en caso contrario, la forma está determinada por las diferencias entre las presiones.

Para calcular la estructura (masa y radio) y demás observables (momento de inercia, momento cuadrupolar de masa, corrimiento al rojo, etc.) de objetos compactos esféricos, la Física ha contado con las ecuaciones de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV), una solución de las ecuaciones de Einstein obtenida en 1939. ⁽³⁾ En el caso de objetos compactos no esféricos, aun no existe un sistema de ecuaciones que los describa en general, a pesar de que el cálculo teórico de sus propiedades macroscópicas sea imprescindible para una adecuada interpretación de las observaciones astronómicas. ^(2,4)

La búsqueda de soluciones de las ecuaciones de Einstein para estrellas no esféricas ha sido uno de los problemas más interesantes dentro de la Física Teórica actual. En el marco de dicha búsqueda, en este trabajo nos planteamos como objetivo la construcción de un sistema de ecuaciones de estructura aproximado para objetos esferoidales, ⁽⁵⁾ a partir de los avances hechos en este sentido. ⁽⁶⁾

MÉTODOS

Consideramos el interior de un objeto compacto sometido a la acción de un campo magnético constante y uniforme en la dirección \mathbf{X}_3 .^a La presencia del campo magnético rompió la simetría SO(3) del sistema dando lugar a un tensor de energía-momento $T^{\mu\nu} = \text{diag}(T^{00}, T^{11}, T^{22}, T^{33})$ y a ecuaciones de estado anisotrópicas, al diferenciar la presión en 2 componentes: una paralela P_{\parallel} y otra perpendicular P_{\perp} al eje magnético: ⁽⁷⁾

$$T^{00} = E + B^2/8\pi, \quad (1a)$$

^a Aunque el campo magnético de una estrella varía en múltiples órdenes de magnitud entre su núcleo y su superficie, ⁽¹⁾ suponerlo constante en el interior de la estrella no deja de ser una buena primera aproximación debido a que el rango de acción microscópico de la interacción electromagnética es mucho menor que la escala macroscópica de variación del campo magnético. ⁽¹⁾ No obstante, para las estrellas de condensado Bose-Einstein consideramos el caso de un campo magnético variable.

$$T^{11} = T^{22} = P_{\perp} = -\Omega - MB + B^2/8\pi, \quad (1b)$$

$$T^{33} = P_{\parallel} = -\Omega - B^2/8\pi, \quad (1c)$$

Donde Ω es la energía del gas que compone la estrella, Ω el gran potencial termodinámico, M la magnetización y B la intensidad del campo magnético. Nótese que el tensor energía-momento de un fluido perfecto (para el cual $T^{11}=T^{22}=P_{\parallel}=-\Omega$) se recuperó a partir de la ecuación 1 cuando $B=0$.

En las estrellas, el equilibrio hidrostático se alcanza a través del balance entre la gravedad y la presión.⁽³⁾ En el caso de los objetos compactos –debido a sus altas masas y densidades– los efectos de la relatividad general han sido importantes y dicho balance se ha expresado a través de las ecuaciones de Einstein:

$$G^{\mu\nu} = 8\pi G T^{\mu\nu} \quad (2)$$

Donde $G^{\mu\nu}$ es el tensor de Einstein y contiene la información del espacio-tiempo generado por la materia de la estrella a través de la métrica $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$, G es la constante de gravitación universal y las presiones entran a través de $T^{\mu\nu}$.⁽³⁾

El problema de resolver la ecuación 2 para unas EdE específicas y obtener así los observables de la estrella que dichas EdE representan, no es trivial, incluso en el caso de estrellas estáticas con simetría esférica y EdE isotrópicas cuya solución han sido las TOV^(3,8,9).

Entre los objetos compactos no esféricos, los axisimétricos han llamado la atención debido a que este tipo de simetría ha emergido de manera natural en el estudio de estrellas magnetizadas o en rotación. Intentos por encontrar ecuaciones de estructura axisimétricas que puedan ser tratadas de manera semi-analítica han sido realizados,^(6,10) pero hasta el momento los resultados obtenidos son siempre aproximados. La construcción de métodos totalmente numéricos que permitan calcular la estructura de objetos compactos axisimétricos también ha sido un área de investigación intensa.⁽⁴⁾ No obstante, la posibilidad de encontrar soluciones numéricas estables ha estado limitada por la convergencia de los métodos utilizados y sujeta a una serie de restricciones fisi-

comatemáticas necesarias para su implementación. Por ello, a pesar de los avances en el campo de la relatividad numérica, la descripción de la estructura de estrellas deformadas por el campo magnético ha continuado siendo un problema no resuelto.

Aunque la posibilidad de encontrar soluciones semi-analíticas de las ecuaciones de Einstein para métricas axisimétricas ha sido explorada previamente por nuestro grupo de investigación,⁽¹¹⁾ en este trabajo presentamos un modelo^(6,12,13) donde los autores muestran qué objetos compactos con simetría axial pueden describirse mediante la métrica γ , la cual depende de 2 parámetros: m relacionado con la masa total del objeto $M = \gamma\mu$, y γ que determina su forma^(8,9,13). Para $\gamma \cong 1$, lo que es equivalente a considerar objetos poco deformados (con respecto a la forma esférica) esta métrica adopta la forma:^(8,9)

A partir de combinar la ecuación 3 con las ecuaciones de Einstein (ecuación 2) y siguiendo el procedimiento pertinente⁽⁵⁾ se obtuvo el siguiente sistema de ecuaciones de estructura para objetos compactos esferoidales poco deformados:

Donde $M(r)$, $P_{\parallel}(z)$ y $P_{\perp}(r)$ expresan la dependencia de la masa y las presiones de la estrella con los radios internos ecuatorial r y polar $z = \gamma r$.

Para obtener la masa total de la estrella, M y sus radios polar Z y ecuatorial R , las ecuaciones 4 se integraron partiendo del centro de la estrella con densidad de energía $E_c = E(r=0, z=0)$ y presiones centrales $P_{\parallel c} = P_{\parallel}(z=0)$ y $P_{\perp c} = P_{\perp}(r=0)$ tomadas de las EdE, hasta que una de las condiciones $P_{\parallel}(Z)=0$ o $P_{\perp}(R)=0$ se alcanzó.^b Esto determinó el radio correspondiente a partir del cual el otro pudo ser calculado a través de $Z = \gamma R$. Posteriormente, se evaluó la masa como $M = M(R)$. En cada paso de integración, E_{\parallel} y E_{\perp} se calcularon utilizando la dependencia paramétrica de la energía con las presiones dada por las EdE. Integrando las ecuaciones 4 para varias condiciones iniciales se obtuvieron las curvas masa-radio, es decir las curvas $R(E_c)$, $M(E_c)$ y $Z(E_c)$, $M(E_c)$ definidas a través de la dependencia paramétrica de la masa y los radios con la densidad de energía en el centro de la estrella. Cada uno de los puntos de esas curvas han representado una posible estrella estable.

Por la forma en que γ se ha relacionado con la deformación del objeto, ha sido utilizada para introducir en el problema la coordenada axial z en función de r . Sin embargo, su

^b Al utilizar condiciones de presión cero en la superficie de la estrella para definir los radios estamos asumiendo una estrella “desnuda”, sin corteza, ni atmósfera, ni magnetosfera.

$$ds^2 = - \left[1 - \frac{2Gm(r)}{r} \right]^{\gamma} dt^2 + \left[1 - \frac{2Gm(r)}{r} \right]^{-\gamma} dr^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 + r^2 d\theta^2. \quad (3)$$

$$\frac{dM}{dr} = r^2 \frac{E_{\parallel} + E_{\perp}}{2} \gamma \quad (4a)$$

$$\frac{dP_{\parallel}}{dz} = - \frac{(E_{\parallel} + P_{\parallel}) \left[\frac{r}{2} + r^3 P_{\parallel} - \frac{r}{2} \left(1 - \frac{2M}{r} \right)^{\gamma} \right]}{\gamma^2 r^2 \left(1 - \frac{2M}{r} \right)^{\gamma}}, \quad (4b)$$

$$\frac{dP_{\perp}}{dr} = - \frac{(E_{\perp} + P_{\perp}) \left[\frac{r}{2} + r^3 P_{\perp} - \frac{r}{2} \left(1 - \frac{2M}{r} \right)^{\gamma} \right]}{r^2 \left(1 - \frac{2M}{r} \right)^{\gamma}}, \quad (4c)$$

valor se desconoce, pues al contrario de la masa, en el sistema de ecuaciones 4 no existe una ecuación diferencial para determinarlo. A diferencia de trabajos previos en los que a γ se le ha dado valores arbitrarios,⁽⁶⁾ nosotros decidimos calcularlo a través del siguiente *ansatz* $\gamma = \frac{z}{r} = \frac{P_{\parallel e}}{P_{\perp e}}$

La razón para proponer este *ansatz* ha radicado en la proporcionalidad entre el radio y la presión central que ha sido observada para estrellas esféricas.^(1,10) La forma específica de esta dependencia se desconoce y nuestro *ansatz* consiste precisamente en suponerla lineal.

Desde el punto de vista matemático, γ determina la deformación del objeto compacto, por tanto suponer $\gamma = \frac{P_{\parallel e}}{P_{\perp e}}$ conectó la geometría del objeto compacto con la anisotropía en las presiones, que ha sido la causa física de la deformación. Nótese que para $B=0$, $P_{\perp} = P_{\parallel}$ y por tanto $\gamma=1$: el caso isotrópico fue recuperado y las ecuaciones 4 se redujeron a las TOV. Por su parte en la relación entre R y Z determinada por γ , nuestras estrellas serían oblatas si $P_{\parallel e} < P_{\perp e}$ ($\gamma < 1$, $Z < R$) y prolatas en caso contrario.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Enanas blancas

Las enanas blancas son el punto final en la evolución de las estrellas con masas típicamente inferiores a $8 M_{\odot}$ (M_{\odot} es la masa del Sol). Están compuestas por una red de iones (generalmente carbono y oxígeno) embebida en un mar de electrones relativistas a través de cuya presión la estrella logra el balance gravitacional. Las densidades internas de las enanas blancas están en el rango de los 10^9 - 10^{11} g/cm³, sus campos magnéticos superficiales varían entre 10^5 y 10^9 G mientras que en su interior pueden llegar a 10^{13} G⁽¹⁴⁾ y sus masas máximas están limitadas teóricamente por la masa de Chandrasekhar, $1.4 M_{\odot}$.

En los últimos años ha surgido un debate⁽¹³⁾ sobre si los campos magnéticos fuertes podrían ser la causa de las enanas blancas con masas mayores que la de Chandrasekhar. Este debate fue motivado por la observación de supernovas que han sido más luminosas de lo esperado (por ejemplo, SN 2003 fg, SN 2006 gz, SN 2007 if, SN 2009 dc) y cuya progenitora debería ser, en consecuencia, una enana blanca con masa mayor que $1.4 M_{\odot}$. En este contexto nos propusimos enfocarnos en la comprensión del papel de un campo magnético uniforme y constante en las masas máximas de enanas blancas⁽¹⁵⁾. La figura 1 muestra las masas y los radios de las enanas blancas esféricas obtenidas con las ecuaciones 4 para $B=0$ y $B=5 \times 10^{12}$ G. En esta figura, los puntos sobre las curvas a los que corresponde igual masa representan la misma estrella, recuérdese que las curvas son $R(E_{\perp})$, $M(E_{\perp})$ y $Z(E_{\perp})$, una estrella posee 2 radios: ecuatorial y polar. En este caso el radio ecuatorial es menor que el polar y la estrella es oblatada ($R < Z$), aunque la deformación (la diferencia entre R y Z) solo es apreciable para las estrellas menos masivas. El campo magnético no incrementa la masa de las estrellas, cuya masa máxima tiende a $1.44 M_{\odot}$ como en el caso no magnetizado.

Nuestros resultados no apoyan la idea de que es posible obtener configuraciones estables para enanas blancas magnetizadas con masas superiores al límite de Chandrasekhar. No obstante, en la búsqueda de enanas blancas con masas superiores a $1.44 M_{\odot}$, algunos modelos con campos magnéticos poloidales y toroidales han sido relativamente exitosos.⁽¹⁶⁾ Sin embargo, dado que no hay evidencia de cuál es realmente la geometría del campo magnético, estos resultados, así como los que presentamos son interesantes, pero no concluyentes.

Estrellas de condensado de Bose-Einstein

Las estrellas de neutrones son el remanente estelar de estrellas que a su muerte poseían masas mayores que $8 M_{\odot}$.

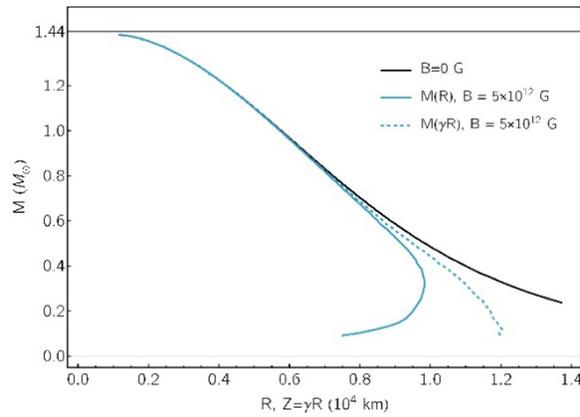


Fig. 1. Las curvas masa-radio de una enana blanca obtenida a partir de las ecuaciones (6).

pero menores que $30 M_{\odot}$ aproximadamente. En su interior han podido alcanzarse densidades superiores a los 10^{14} g/cm^3 y sus campos magnéticos han sido de los más altos del universo, con un intervalo de 10^{12} - 10^{15} G en su superficie, hasta los 10^{18} G en su interior ⁽¹⁴⁾. A raíz de estos valores se propuso la existencia, en el interior de las estrellas de neutrones de un gran número de fases y tipos exóticos de materia. Al contrario de lo que sucede para las enanas blancas, actualmente no existe un consenso acerca de la composición de las estrellas de neutrones, en cambio, se cuenta con múltiples modelos cuya confirmación o refutación ha estado a la espera de la acumulación cada vez mayor de datos observacionales.

Entre estos modelos se han encontrado las estrellas de condensado de Bose-Einstein, objetos compactos compuestos en su totalidad por bosones formados por el apareamiento de neutrones. ⁽¹⁷⁾ Las estrellas Bose-Einstein fueron propuestas como un modelo alternativo para el núcleo de las estrellas de neutrones, ^(18,19) siendo el argumento principal en favor de su existencia el hecho de que bajo ciertas condiciones, los neutrones en el núcleo de una estrella de neutrones se aparean comportándose de manera efectiva como bosones vectoriales neutros. ⁽²⁰⁻²³⁾

En el caso de las estrellas Bose-Einstein, al resolver las ecuaciones 6 consideramos 2 configuraciones para el campo magnético. En la primera, el campo se tomó constante y uniforme, pero en la segunda su intensidad se consideró proporcional a la densidad de partículas. ⁽²⁰⁾ Esta última propuesta se ha basado en la capacidad de los gases bosónicos de generar sus propios campos magnéticos dados por la relación $B_{sg} = 4 \pi M$, donde M es la magnetización del gas y B_{sg} el campo autogenerado. ^(24,25) Al proponer que el campo magnético de la estrella fuera generado por automagnetización se proporcionó un mecanismo para producirlo, en relación directamente con la materia que la compone. Esto ha permit-

ido calcular la intensidad del campo magnético interno de la estrella de manera autoconsistente durante la integración de las ecuaciones 6.

Las curvas masa-radio de las estrellas Bose-Einstein se muestran en la figura 2 (izquierda). ⁽²⁰⁾ Un campo magnético constante disminuye la masa y el tamaño de estas estrellas y las deforma con respecto al caso no magnetizado. Como en el caso anterior, estos efectos han sido más notables para las estrellas de menor masa y las estrellas Bose-Einstein magnetizadas son oblatas. Para el campo magnético autogenerado las curvas masa-radio se superponen con las de campo 0: en este caso la influencia del campo magnético en la estructura de la estrella ha sido despreciable y las estrellas Bose-Einstein automagnetizadas son prácticamente esféricas.

Los perfiles de campo magnético interno obtenidos se muestran en la figura 2 (derecha) como función del radio ecuatorial r para varios valores de la densidad de masa central. Los valores de B en el centro (10^{18} G) y la superficie (10^{12} G) de la estrella han estado en el orden de los observados y estimados para estrellas de neutrones. ⁽¹⁾ En consecuencia, este resultado ha validado a la automagnetización de los bosones de *spin* uno como fuente de campo magnético no solo en el caso de estrellas de condensado de Bose-Einstein, sino también para otros modelos de estrellas en los cuales este tipo de partículas ha estado presente.

Estrellas extrañas

Las llamadas estrellas extrañas son otro modelo alternativo a las estrellas de neutrones que se espera pueda explicar la existencia de objetos compactos que no cumplen con las características de las estrellas de neutrones canónicas. Ellas están compuestas por materia extraña de *quarks* (*quarks* u , d y s , más electrones) y los *quarks* en su interior pueden estar libres o en fases superconductoras de color. En nuestro tra-

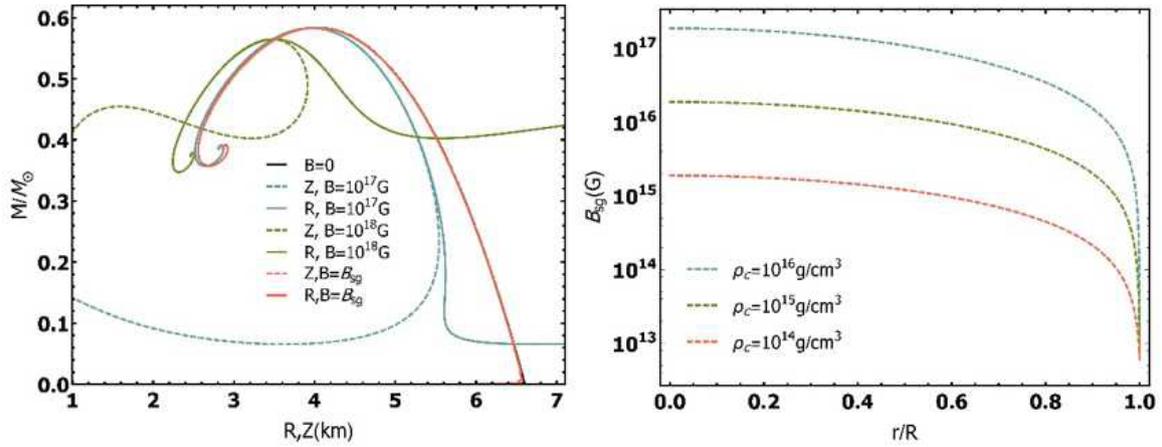


Fig. 2. Las curvas masa-radio para las estrellas Bose-Einstein con campo magnético constante y autogenerado (izquierda). La intensidad del campo magnético en el interior de las estrellas Bose-Einstein automagnetizadas como función del radio ecuatorial para varios valores de la densidad de masa central (derecha).

bajo nos centramos en el estudio del primer caso, es decir, de una estrella extraña magnetizada compuesta por *quarks* libres descritos a través del modelo fenomenológico del *Bag del MIT* que ha dado cuenta de las características más importantes de la interacción fuerte: el confinamiento y la libertad asintótica, pero evitando las complejidades de la Cromodinámica cuántica donde hasta ahora, las EdE no han estado bien definidas. En el modelo del *Bag del MIT*, los *quarks* se han considerado partículas que no interactúan y que están confinadas en una región del espacio a través de cierta energía denominada energía del *Bag*.

Las curvas masa-radio obtenidas a partir de las ecuaciones 6 para las estrellas extrañas se muestran en la figura 3 (izquierda). Las curvas no magnetizadas y las soluciones TOV considerando los pares (E, P_{\parallel}) y (E, P_{\perp}) como EdE independen-

tes también se muestran para comparar. ⁽²⁶⁾ Nuevamente, las estrellas fueron objetos oblatos $R > Z$. A diferencia de lo que sucedió para las soluciones TOV, donde las diferencias entre R_{\perp} y R_{\parallel} aumentaron con la masa, la diferencia entre R y Z disminuyó con la masa. El hecho de que los 2 conjuntos de ecuaciones de estructura, las TOV y las ecuaciones 6, han predicho un comportamiento cualitativo diferente para la deformación es una evidencia de la fuerte dependencia de los observables con los modelos teóricos que se han usado para obtenerlos y ha reafirmado la importancia de desarrollar modelos para la estructura de los objetos compactos cada vez más realistas.

La figura 3 (izquierda) muestra el resultado de calcular el momento cuadrupolar de masa de las estrellas extrañas esferoidales $Q = \frac{\gamma}{3} M^3 (1 - \gamma^2)$. ⁽¹³⁾ Esta magnitud está directa-

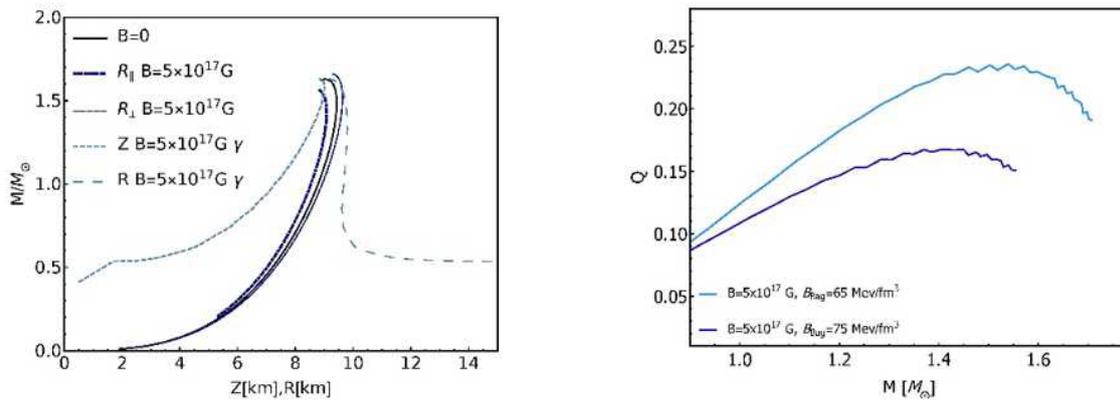


Fig. 3. Las curvas masa-radio obtenidas a partir de las ecuaciones 6 para estrellas extrañas magnetizadas en comparación con las soluciones TOV (izquierda). Momento cuadrupolar de masa (Q) en función de la masa (derecha). En ambos casos la energía del Bag es igual a $65 \text{ MeV}/\text{fm}^3$.

mente relacionada con la emisión de ondas gravitacionales,⁽²⁷⁾ ya que estas solo se emiten en situaciones en las que existe una asimetría de masa que da lugar a un momento cuadrupolar (para las estrellas esféricas $Q=0$ y, por tanto, no emiten ondas gravitacionales). Ha llamado la atención el hecho de que el máximo de Q no se alcanzó para las masas más altas, sino para valores intermedios de estas. Ello se debió a la dependencia simultánea de Q con M y γ , y en particular, a que γ depende de las EdE y varía de una estrella a otra. Este comportamiento es diferente del obtenido,⁽²⁸⁾ en donde γ se escogió arbitrariamente y Q aumentó monótonamente con la masa. De esta manera vemos que conectar a γ con la física del problema, ha tenido un impacto directo en los observables que pudiera servir para discriminar entre un modelo y otro a partir de las observaciones.

Jets astrofísicos

Las ecuaciones 4 de conjunto con el *ansatz* propuesto para γ han dado resultados razonables para objetos compactos levemente desviados de la forma esférica. No obstante, la liberación de la restricción $\gamma \cong 1$ se impone si queremos describir objetos altamente deformados como los *jets* astrofísicos.

Los *jets* astrofísicos son chorros de materia expulsada por estrellas, protoestrellas, nebulosas protoplanetarias, objetos compactos, galaxias y otros objetos que se alejan de su fuente sin dispersarse.^(29,30) El tamaño, la velocidad y la composición de estos chorros dependen de sus fuentes. Sin embargo, su forma alargada, que se aparta de la forma esférica o achatada más común de los objetos astronómicos ha sugerido que todos son producidos y mantenidos por mecanismos similares. La física detrás de esos mecanismos todavía está en debate, pero se piensa que los campos magnéticos deben jugar un papel importante en ella.⁽³¹⁾

En particular, 2 propiedades de los gases cuánticos magnetizados: el colapso magnético cuántico y la automagnetización, parecen ser cruciales para la producción de *jets*. Debido a los términos dependientes del campo magnético que aparecen en los componentes espaciales del tensor de energía-momento (ecuaciones 1), las presiones del sistema gas + campo magnético pueden volverse 0 o incluso negativas, llevando al sistema a una inestabilidad conocida como colapso magnético cuántico.⁽³²⁾ En el caso de gases con magnetización positiva, en un régimen donde la presión magnética, $-MMB$ domine sobre la de Maxwell, $B^2/8\pi$, $P_{\parallel} > 0$, mientras que $P_{\perp} \leq 0$ para ciertos valores de densidad, temperatura y campo magnético, por lo que se ha dicho que el colapso magnético es transversal. Dado que el efecto de una presión perpendicular negativa ha sido empujar las partículas hacia

el eje magnético, el colapso magnético transversal podría estar detrás de la expulsión de materia hacia el exterior de los objetos compactos y explicar la geometría alargada del chorro. Por otro lado, el campo magnético necesario para mantener la materia del chorro colimada podría producirse por automagnetización, de una manera similar a la explicada anteriormente para las estrellas de condensado de Bose-Einstein. La plausibilidad de estas hipótesis ha sido confirmada recientemente en, Felipe RG et. al.⁽³¹⁾ pero la descripción del equilibrio gravitacional de una estructura alargada como el *jet* ha requerido el uso de ecuaciones de estructura que admitan deformaciones arbitrarias. El éxito obtenido en la descripción de las EdE de un *jet* emitido por una estrella de neutrones⁽³¹⁾ ha sido el punto de partida para la búsqueda de ecuaciones de estructura más generales.

Conclusiones

Se obtuvo un sistema de ecuaciones de estructura para objetos compactos esferoidales, las ecuaciones 4 que permitieron determinar la masa total, los radios polar y ecuatorial y otros observables de objetos compactos con campo magnético uniforme. Dichas ecuaciones fueron derivadas a partir de una métrica conocida como métrica γ , aunque una versión previa de ellas ya había sido formulada.⁽⁶⁾

En nuestro trabajo realizamos 2 propuestas novedosas que resultaron cruciales para su resolución numérica. La primera consistió en la aproximación de deformaciones pequeñas, lo cual ha permitido calcular la masa total del objeto como la de un esferoide. La segunda, en un *ansatz* que ha conectado la deformación del objeto con la anisotropía en las presiones causada por el campo magnético.

Gracias a las ecuaciones 4 fue posible estudiar las propiedades macroscópicas de enanas blancas, estrellas de condensado de Bose-Einstein y estrellas extrañas magnetizadas, así como arribar a importantes conclusiones relacionadas con la física de estos objetos compactos. Entre ellas consideramos que las más relevantes fueron: la demostración de que la presencia del campo magnético no aumenta la masa de las estrellas, siendo su mayor efecto el deformarlas; la validación de la automagnetización de los bosones vectoriales como fuente de campo magnético y la obtención, en el caso de las estrellas extrañas, de que son las estrellas de masas intermedias las que podrían emitir las ondas gravitacionales más intensas. Como resultados colaterales se obtuvieron soluciones de las ecuaciones de Einstein aplicables a la descripción de la magnetosfera de los objetos compactos⁽¹¹⁾ y se realizó un estudio preliminar de un modelo para la descripción dinámica de la expulsión de chorros de materia hacia el exterior de los chorros de materia.⁽³¹⁾

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Lattimer JM, Prakash M. Neutron Star Observations: Prognosis for Equation of State Constraints. *Phys Rept.* 2007;442:109-165.
- Manreza Paret D, Pérez Martínez A, Piccinelli Bocchi G, Quintero Angulo G. Magnetic fields in compact stars and related phenomena. *Revista Mexicana de Física.* 2020;66(5 Sept-Oct):538-558.
- Camenzind M. Compact Objects in Astrophysics: White Dwarfs, Neutron Stars and Black Holes. *Astronomy and Astrophysics Library.* Springer Berlin Heidelberg; 2007.
- Chatterjee D, Elghozi T, Novak J, Oertel M. Consistent neutron star models with magnetic field dependent equations of state. *Mon Not Roy Astron Soc.* 2015;447:3785.
- Alvear Terrero D, Hernández Mederos V, López Pérez S, Manreza Paret D, et. al. Modeling anisotropic magnetized white dwarfs with γ metric. *Phys Rev D.* 2019 Jan;99:023011.
- Zubairi O, Weber F. Chapter 2. In: *Non-Spherical Compact Stellar Objects in Einstein's Theory of General Relativity.* World Scientific Publishing, 2017.
- Ferrer EJ, de la Incera V, Keith JP, Portillo I, Springsteen PL. Equation of state of a dense and magnetized fermion system. *Phys Rev C.* 2010 Dec;82:065802.
- Malafarina D. Physical properties of the sources of the gamma metric. *International Workshop on Dynamics and thermodynamics of Black Holes,* Politecnico of Milano. 2004 May.
- Malafarina D, Magli G, Herrera L. Static Axially Symmetric Sources of the Gravitational field. *AIP Conference Proceedings.* 2005 03;751.
- Manreza Paret D, Horvath JE, Pérez Martínez A. Anisotropic stellar structure equations for magnetized strange stars. *Res Astron Astrophys.* 2015;15(7):975-985.
- Alvear Terrero D, Bargeño P, Contreras E, Pérez Martínez A, et. al. Anisotropic magnetized sources in general relativity: An exact description for the magnetized vacuum. *International Journal of Modern Physics D.* 2019;0(0):1950090.
- Frutos Alfaro F, Quevedo H, Sanchez PA. Comparison of vacuum static quadrupolar metrics. *Royal Society Open Science.* 2018 May;5:170826.
- Herrera L, Paiva FM, Santos NO. The Levi-Civita spacetime as a limiting case of the gamma space-time. *J Math Phys.* 1999;40:4064-4071.
- Das U, Mukhopadhyay B. New Mass Limit for White Dwarfs: Super-Chandrasekhar Type Ia Supernova as a New Standard Candle. *Physical Review Letters.* 2013 Feb;110(7):071102.
- Malheiro M, Coelho JG. Describing SGRs/AXPs as fast and magnetized white dwarfs. 2013; Disponible en: <http://dx.doi.org/10.48550/ARXIV.1307.5074>
- Riess AG, Filippenko AV, Challis P, Clocchiatti A, Diercks A, Garnavich PM, et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron J [Internet].* 1998;116(3):1009-38.
- Franzon B, Schramm S. Effects of magnetic fields in white dwarfs. *Journal of Physics: Conference Series.* 2017 jun;861:012015.
- Chavanis PH, Harko T. Bose-Einstein Condensate general relativistic stars. *Phys Rev. D;* 2012, 86:064011.
- Latifah S, Sulaksono A, Mart T. Bosons star at finite temperature. *Physical Review D.* 2014;90(12):127501.
- Quintero Angulo G, Pérez Martínez A, Pérez Rojas H, Manreza Paret D. (Self-)Magnetized Bose-Einstein condensate stars. *International Journal of Modern Physics D.* 2019;28(10):1950135.
- Quintero Angulo G, Pérez Martínez A, Pérez Rojas H. Magnetized BEC stars with boundary conditions depending on magnetic field. *Astron Nachr/AN.* 2019;340:909-913.
- Quintero Angulo G, Pérez Martínez A, Pérez Rojas H. Anisotropic equation of state of charged and neutral vector boson gases in a constant magnetic field: Astrophysical implications. *Astron Nachr/AN.* 2017;338(9-10):1127-30.
- Suárez González L, Quintero Angulo G, Pérez Martínez A, Pérez Rojas H. Bose-Einstein condensation and antiparticles in a magnetized neutral vector boson gas at any temperature. *Astronomische Nachrichten.* 2019;340(9-10):952-956.
- Quintero Angulo G, Pérez Martínez A, Pérez Rojas H. Thermodynamic properties of a neutral vector boson gas in a constant magnetic field. *Phys Rev.* 2017;C96(4):045810.
- Suárez González L, Quintero Angulo G, Pérez Martínez A, Pérez Rojas H. A non-relativistic magnetized vector boson gas at any temperature. *Journal of Physics: Conference Series.* 2019 may;1239:012004.
- López Pérez S, Manreza Paret D, Quintero Angulo G, Pérez Martínez A, et. al. Modeling anisotropic magnetized strange quark stars. *Astronomische Nachrichten.* 2019;340(9-10):1013-1017.
- Sieniawska M, Bejger M. Continuous gravitational waves from neutron stars: current status and prospects. *Universe.* 2019;5(11):217.
- Zubairi O, Romero A, Weber F. Static solutions of Einstein's field equations for compact stellar objects. In: *Journal of Physics Conference Series.* vol. 615 of *Journal of Physics Conference Series;* 2015: 012003.
- de Gouveia Dal Pino EM. Astrophysical jets and outflows. *Advances in Space Research.* 2005 Jan;35(5):908-924.
- Blandford R, Meier D, Readhead A. Relativistic Jets from Active Galactic Nuclei. *ARA&A.* 2019 Aug;57:467-509.
- Felipe RG, Martínez AP, Rojas HP, Angulo GQ. Quantum magnetic collapse of a partially bosonized npe-gas: Implications for astrophysical jets. *International Journal of Modern Physics D.* 2021 Jan;30(2):2150007-441.
- Chaichian M, Masood SS, Montonen C, Perez Martinez A, et. al. Quantum magnetic and gravitational collapse. *PhysRevLett.* 2000; 84:5261-5264.

Recibido: 08/06/2021

Aprobado: 15/10/2021

Agradecimientos

Los autores agradecen la colaboración de V. Hernández Mederos, P. Bargeño, E. Contreras y R. Felipe González en la realización de este trabajo.

Conflicto de intereses

No existen conflictos de intereses con respecto a los resultados presentados en este artículo.

Contribuciones de los autores

Conceptualización: Aurora Pérez Martínez, Hugo Pérez Rojas
Análisis formal: Gretel Quintero Angulo, Daryel Manreza Paret,
Adquisición de fondos: Aurora Pérez Martínez, Hugo Pérez Rojas
Investigación: Aurora Pérez Martínez, Hugo Pérez Rojas, Gretel Quintero Angulo, Diana Alvear Terrero, Daryel Manreza Paret, Lismary de la Caridad Suárez González, Samantha López Pérez
Metodología: Aurora Pérez Martínez, Hugo Pérez Rojas, Gretel Quintero Angulo, Daryel Manreza Paret,
Administración del proyecto: Aurora Pérez Martínez, Hugo Pérez Rojas

Supervisión: Aurora Pérez Martínez, Hugo Pérez Rojas
Validación: Aurora Pérez Martínez, Hugo Pérez Rojas, Gretel Quintero Angulo, Diana Alvear Terrero, Daryel Manreza Paret, Lismary de la Caridad Suárez González, Samantha López Pérez
Visualización: Aurora Pérez Martínez, Hugo Pérez Rojas, Gretel Quintero Angulo, Diana Alvear Terrero, Daryel Manreza Paret, Lismary de la Caridad Suárez González, Samantha López Pérez.
Redacción – borrador original: Gretel Quintero Angulo, Samantha López Pérez
Redacción – revisión y edición: Aurora Pérez Martínez, Hugo Pérez Rojas, Gretel Quintero Angulo, Diana Alvear Terrero, Daryel Manreza Paret, Lismary de la Caridad Suárez González, Samantha López Pérez.

Financiación

El presente trabajo ha sido auspiciado por el Proyecto Nacional de Ciencias del MES, Cuba.

Cómo citar este artículo

Pérez Martínez A, Quintero Angulo G, Alvear Terrero D, Pérez Rojas H, *et al.* Modelación de objetos compactos anisotrópicos. *AnAcadCiencCuba* [internet] 2021 [citado en día, mes y año];12(3): e1087. Disponible en: <http://www.revistaccuba.cu/index.php/revacc/article/view/1087>

