



Modelos y técnicas de optimización aplicados a problemas de transporte

Eduardo Sánchez Ansola ^{1,4} <https://orcid.org/0000-0001-5977-1633>
Alejandro Rosete Suárez ^{1,3} <https://orcid.org/0000-0002-4579-3556>
Luis Suárez González ¹ <https://orcid.org/0000-0001-7194-6117>
Ana Camila Pérez Pérez ¹ <https://orcid.org/0000-0003-4190-1705>
Humberto Díaz Pando ¹ <https://orcid.org/0000-0003-1591-8781>
Cynthia Porras Nodarse ¹ <https://orcid.org/0000-0002-4557-1961>
Guillermo Sosa Gómez ² <https://orcid.org/0000-0001-7793-896X>
Omar Rojas ² <https://orcid.org/0000-0002-0681-3833>
Isis Torres Pérez ¹ <https://orcid.org/0000-0002-1079-8285>

¹ Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría. La Habana, Cuba

² Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Panamericana. Guadalajara, México

³ Academia de Ciencias de Cuba. La Habana, Cuba

⁴ Joven Asociado Academia de Ciencias de Cuba. La Habana, Cuba

*Autor de correspondencia: esancheza@ceis.cujae.edu.cu

RESUMEN

Editor

Lisset González Navarro
Academia de Ciencias de Cuba.
La Habana, Cuba

Traductor

Darwin A. Arduengo García
Academia de Ciencias de Cuba.
La Habana, Cuba

Introducción: Actualmente es importante racionalizar los recursos disponibles. En el transporte estos recursos son: tiempo, distancia y combustible. Una vía para garantizar soluciones de calidad en los problemas de transporte es la Inteligencia Artificial, a través de técnicas de optimización y el tratamiento de la incertidumbre. **Objetivos:** Desarrollar soluciones para el problema de planificación de rutas de vehículos para ahorrar combustible en la entrega de bienes y proponer un modelo matemático difuso para el problema de planificación de rutas de autobuses escolares, ofreciendo a los decisores un nuevo conjunto de opciones. **Métodos:** En la planificación de rutas vehículos la solución se basa en combinar los problemas p-mediana y agente viajero. Esta incluye el particionado de instancias y la aplicación de metaheurísticas. La incertidumbre en el problema de planificación de rutas de autobuses escolares se modela en las restricciones de máxima distancia a caminar y capacidad de los autobuses. Para su tratamiento se utiliza el enfoque paramétrico y una estrategia novedosa para la exploración de soluciones. **Resultados:** Con la solución propuesta para la planificación de rutas de vehículos en el contexto de la tienda virtual TuEnvío se logran ahorros aproximados del 68 % en las distancias y tiempos de viaje. Con la aplicación del modelo difuso propuesto se ofrece a los decisores un conjunto más amplio de opciones y se evidencian ahorros de entre un 11 % y un 20 %. **Conclusiones:** Los resultados obtenidos en la evaluación de ambas propuestas evidencian una disminución considerable en la distancia recorrida por las flotas de vehículos y consecuentemente en el uso del combustible y la contaminación ambiental.

Palabras clave: ahorro de recursos; metaheurísticas; optimización; optimización difusa; problema de planificación de autobuses escolares; problema de planificación de vehículos

Optimization models and techniques applied to transportation problems

ABSTRACT

Introduction: Nowadays it is important to rationalize the available resources. In transportation problems, these resources are time, distance, and fuel. One way to guarantee quality solutions for this problem is Artificial Intelligence, through optimization techniques and the treatment of uncertainty. **Objectives:** To develop a solution for the vehicle routing problem with which to save fuel in the delivery of goods and to propose a mathematical model with fuzzy constraints for the school bus routing problem to offer decision-makers a set of better-quality options. **Methods:** A solution based on the combination of the p-median and Traveling Salesman Agent problems is proposed to solve the vehicle routing problem. This solution includes instance partitioning and the application of metaheuristics. The inclusion of uncertainty in the school bus routing problem is modeled from the constraints of maximum walking distance and bus capacity. They are used the parametric approach and a novel strategy for exploring solutions to treat these constraints. **Results:** With the application of the proposed solution for the vehicle routing problem in the context of the TuEnvío virtual store, approximate savings of 68% are achieved in distances traveled and travel times. On the other hand, with the application of the fuzzy model to the school bus routing problem, decision-makers are offered a broader set of options. At the same time, savings of between 11% and 20% are evident. **Conclusions:** The results obtained after the evaluation of both proposals show a considerable decrease in the distance traveled by the corresponding vehicle fleets and therefore in the use of fuel and environmental pollution.

Keywords: fuzzy optimization; metaheuristics; optimization; resource saving; school bus routing problem; vehicle routing problem

INTRODUCCIÓN

La sociedad humana se encuentra en constante evolución y desarrollo, pero en muchas ocasiones este desarrollo no ha sido útil para paliar muchos de los males que la afectan. Esta situación deriva en una de las razones que justifican que la Organización de las Naciones Unidas (ONU) se haya propuesto en el año 2015 el desarrollo de la Agenda para el Desarrollo Sostenible. Esta agenda contiene 17 objetivos (ODS) para estimular acciones en áreas de importancia crítica para la humanidad y el planeta. En su sitio web la organización define como desarrollo sostenible: "...el desarrollo que satisfaga las necesidades del presente sin comprometer la capacidad de las generaciones futuras para satisfacer sus propias necesidades...".⁽¹⁾

Los problemas actuales que enfrenta la humanidad y que han llevado a la definición de los ODS requieren ser abordados desde el punto de vista de la ciencia de la sostenibilidad, campo que busca interpretar el carácter fundamental entre naturaleza y sociedad. La ciencia de la sostenibilidad requiere nuevos enfoques, herramientas y técnicas que permitan a los decisores tomar sus decisiones basándose en una amplia gama de ele-

mentos donde hay presencia de incertidumbre. En este sentido las metodologías basadas en *Soft Computing* juegan un papel importante en la solución de estos objetivos.⁽²⁾

Según Di Vaio A *et al.* las técnicas de Inteligencia Artificial (IA) han demostrado ser herramientas útiles para el trabajo enfocado en los ODS.⁽³⁾ La IA puede contribuir a los ODS en 2 aspectos significativos: la optimización y la satisfacción del cliente. En particular, los problemas de planificación y organización del transporte son elementos influyentes en el desarrollo sostenible que han recibido atención desde la *Soft Computing*.⁽⁴⁾ Según Cruz Corona C y Verga J *et al.*,^(2,4) las metaheurísticas y los modelos difusos han sido ampliamente utilizados en las investigaciones sobre transporte para el desarrollo sostenible. Esta afirmación puede corroborarse con la reciente publicación editada por Verdegay JL y Cruz C.⁽⁵⁾

Entre los problemas de planificación y organización de transporte se destacan, por la atención dedicada por los investigadores, el problema de planificación de rutas de vehículos (VRP, por sus siglas en inglés de *vehicle routing problem*) y el problema de planificación de rutas de autobuses escolares (SBRP, por sus siglas en inglés de *school bus routing problem*).

Los VRP definen una clase de problemas de optimización combinatoria que modelan la mayoría de situaciones que involucran cadenas de distribución. ⁽⁶⁾ Este problema consiste en encontrar p rutas de distancia mínima para satisfacer la demanda de n clientes, donde cada ruta es cubierta por un único vehículo. ⁽⁶⁾ En el caso del SBRP es un tipo VRP y tiene como meta, planificar un conjunto de rutas de autobuses escolares para transportar a los estudiantes hacia/desde sus respectivas escuelas. ⁽⁷⁾

Tanto el VRP como el SBRP se consideran como problemas de optimización combinatoria ⁽⁸⁾ y debido a su complejidad se clasifican como problemas NP-Duros. ⁽⁹⁾ Basado en este criterio, en la solución de este tipo de problema es común hacer uso de métodos aproximados como las metaheurísticas, con los que se obtienen buenas soluciones en tiempos adecuados. ⁽¹⁰⁾

El presente trabajo tiene 2 objetivos fundamentales. El primero proponer un enfoque de descomposición para resolver el problema CVRP (siglas en inglés de *capacitated vehicle routing problem*) modelado como el CPMP (siglas en inglés de *capacitated p-median problem*) con TSP (siglas en inglés de *traveling salesman problem*), continuando sobre una línea de trabajo previa. ^(11,12) El segundo, proponer un modelo difuso para el SBRP permitiendo flexibilidad en las restricciones de la capacidad de los autobuses y la máxima distancia a caminar por los estudiantes. De esta forma se modelan elementos de incertidumbre en este problema adaptando y mejorando lo realizado en otros problemas de optimización combinatoria. ^(13,14,15)

MÉTODOS

Problema de planificación de rutas de vehículos como la combinación de problema p-mediana capacitado y el problema del agente viajero

Uno de los enfoques encontrados en la literatura para resolver el problema de rutas de vehículos capacitados (CVRP) es adaptarlo al CPMP. ⁽¹⁶⁾ El esquema propuesto se muestra en la figura 1. El proceso comienza dividiendo la instancia inicial conformada por la ubicación de todos los clientes que esperan una entrega en subinstancias más pequeñas utilizando un procedimiento heurístico para resolver el PMP. Se resuelven las subinstancias obtenidas utilizando una combinación del CPMP y una heurística para resolver el TSP. El CPMP se utiliza para agrupar clientes en sus rutas correspondientes. En cuanto al TSP se utiliza para determinar el orden de entrega de cada cliente en su ruta correspondiente, considerando un depósito común entre todas las rutas. Cuando cada subproblema ha sido resuelto las soluciones se agrupan para conformar la solución de la instancia original.

La descomposición de grandes instancias se centra en un enfoque divide y vencerás. En este trabajo se muestran las 3 estrategias propuestas por Suárez González L *et al.* para llevar a cabo esta tarea a partir de la información geográfica con la que se cuenta de cada cliente (municipio de residencia y coordenadas espaciales de la localización de su vivienda). ⁽¹⁷⁾ La primera se centra en el municipio al que pertenece cada cliente y en las otras 2 se aplican una heurística de

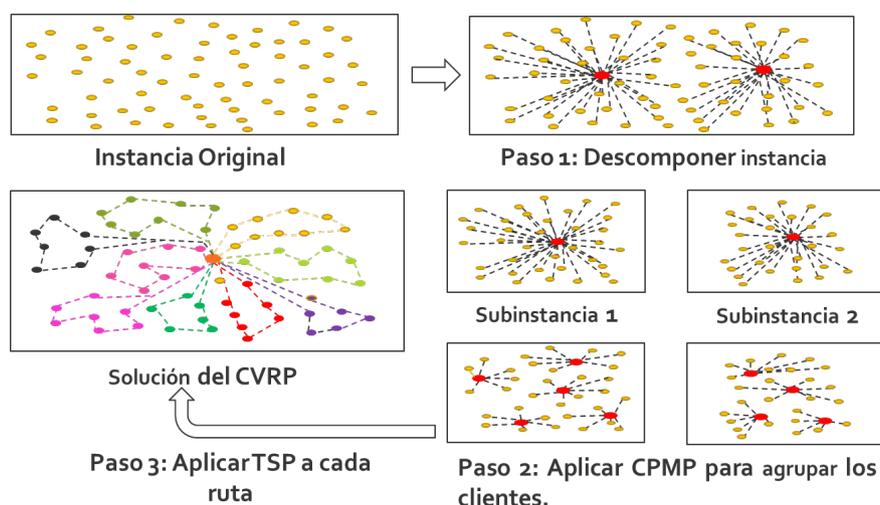


Fig.1. Proceso para obtener una solución al problema de enrutamiento de vehículos con capacidad a partir de la combinación del problema de p-mediana capacitado y el problema del vendedor viajero

agrupamiento para el CPMP denominadas particionado mediante p-mediana (P-PMP) y particionado recursivo mediante p-mediana (RP-PMP).

Estrategia de partición por municipios

Esta estrategia (PM) consiste en dividir los clientes de una instancia por municipios de residencia, obteniendo una subinstancia por cada municipio diferente. En esta estrategia de partición cuando la cantidad de clientes ubicados en un municipio excede un tamaño límite definido por un parámetro S , los clientes de ese municipio se separan de la instancia original para formar una nueva subinstancia. Este enfoque es similar al utilizado por los planificadores humanos cuando las rutas se conforman manualmente. ⁽¹¹⁾

Estrategia de partición mediante p-mediana

Esta estrategia (P-PMP) determina la cantidad mínima de particiones dividiendo la cantidad total de clientes (n) entre un parámetro S (tamaño máximo de las subinstancias). De esta forma se obtiene el valor del parámetro p que especifica el número de grupos a obtener. Para agrupar los clientes en las respectivas subinstancias se aplica una heurística del p-mediana Capacitado que se encargará de generar las p subinstancias requeridas. Se considera que la demanda del cliente es unitaria, y la capacidad máxima de los p grupos a generar es igual al tamaño de la instancia S . El algoritmo 1 describe el procedimiento para el particionado de instancias según esta estrategia.

Algoritmo 1 Estrategia de particionado P-PMP

```

1: function p_pmedian (instance, n, S)
2: subinstances = ∅
3: if n = S then
4: subinstances.add (instance)
5: return subinstances
6: end if
7:  $p = \text{ceil}(n/S)$  ▷ límite máximo de subinstancias
8: subinstances = pmedian(instance, p) ▷ Se aplica la heurística del p-mediana para la obtención de las subinstancias
9: return subinstances
10: end function

```

Estrategia de partición mediante p-mediana recursivo

Esta estrategia (PR-PMP) se basa en la división recursiva de la instancia original, 2 grupos a la vez, hasta que todas las subinstancias obtenidas tengan un tamaño menor o igual al límite definido por el parámetro S . El algoritmo 2 describe este procedimiento. Al igual que el algoritmo 1, este procedimiento aplica una heurística del problema p-mediana para la obtención de las subinstancias del problema, con la principal

diferencia de que en lugar de obtener directamente las $p = n/S$ instancias de la estrategia P-PMP, en este procedimiento se obtienen 2 subinstancias en cada llamada recursiva, determinándose cuando el tamaño de la instancia que recibe el algoritmo como parámetro no excede el límite S .

Algoritmo de búsqueda local

La mayoría de las propuestas para resolver el CPMP consisten en métodos heurísticos o metaheurísticos. ⁽¹⁸⁾ En esta propuesta para resolver el VRP modelado como CPMP se utiliza la búsqueda local iterada (ILS) ⁽¹⁰⁾ con una heurística inicial codiciosa y 2 operadores de mutación. Después de obtener la solución del CPMP, para cada uno de los grupos o subinstancias obtenidas se resuelve el problema del viajante (TSP) para obtener la secuencia de los clientes en la ruta. La descripción detallada de estas heurísticas y operadores se puede encontrar en Suárez González L *et al.* ⁽¹⁷⁾

Algoritmo 2 Estrategia de particionado RP-PMP

```

1: function rp_pmedian(instance, n, S)
2: subinstances = ∅
3: if n ≤ S then
4: ▷ Si la cantidad de clientes en la instancia no excede el límite agregar directamente al conjunto de particiones
5: subinstances.add(instance)
6: return subinstances
7: end if
8:  $p = 2$  ▷ Cantidad de grupos
9: partition1, partition2 = pmedian(instance, p) ▷ Aplicar heurística del p-median
10:  $n1 = \text{length}(\text{partition1})$ 
11:  $n2 = \text{length}(\text{partition2})$ 
12: subinstances.add [rp_pmedian(partition1, n1, S)]
▷ Aplicar nuevamente el procedimiento de particionado a las subinstancias obtenidas
13: subinstances.add [rp_pmedian(partition2, n2, S)]
14: return subinstances
15: end function

```

Modelo difuso para el problema de planificación de rutas de autobuses escolares

Con el modelo que se presenta propuesto por primera vez por Sánchez-Ansola E *et al.* se pretende dar solución a instancias del SBRP con restricciones difusas respecto a la máxima distancia a caminar por los estudiantes y a la capacidad de los autobuses. ⁽¹⁹⁾ Este modelo tiene como objetivo minimizar la distancia total recorrida por aquellos autobuses de la flota que son utilizados.

A continuación, se presentan todos los elementos que componen el modelo propuesto. La utilización de la optimiza-

ción difusa se evidencia por el operador \leq_f en las ecuaciones 5 y 6. Este operador indica la incertidumbre o la relajación en estas restricciones.

Otro aspecto a señalar sobre el modelo es que todos los autobuses son modelados con iguales características. De esta forma el parámetro c es el mismo para cada autobús y por tanto cada autobús tiene la misma capacidad para transportar estudiantes. Esta consideración de flota homogénea simplifica el modelo y su validación, pero abre una línea de trabajo para investigaciones futuras.

Parámetros de entrada

c : capacidad de cada autobús;

B, b : conjunto e índice de los autobuses disponibles,

$$b = 1 \dots |B|;$$

P, p : conjunto e índice de las posibles paradas a utilizar,

$p = 0 \dots |P|$, donde $p = 0$ indica el origen y destino de todos los autobuses (la escuela);

E, e : conjunto e índice de los estudiantes, $e = 1 \dots |E|$;

d_e : máxima distancia a caminar por el estudiante;

V_p : conjunto de coordenadas que representan la localización de las posibles paradas;

V_e : conjunto de coordenadas que representan la localización del hogar de cada estudiante;

H_e : tolerancia máxima admitida en la relajación de la distancia que el estudiante puede caminar;

T : tolerancia máxima admitida en la relajación de la capacidad de los autobuses.

Parámetros auxiliares

D : una función de distancia que indica el costo entre un par de paradas o entre un par parada-estudiante;

$$C_{pq}^P = \begin{cases} D(c_p^p, c_q^p), & p \neq q \\ 0, & p = q \end{cases} \quad \forall p, \forall q \in P \quad 1$$

$$C_{ep}^E = D(c_e^e, c_p^p) \quad e \in E, p \in P - \{0\} \quad 2$$

$$\text{Min} \sum_{b=1}^{|B|} (C_{0[1]}^P + \sum_{m=1}^{|P|-1} C_{[R_{bm}][R_{bm+1}]}^P + C_{[R_{bm}][0]}^P) \quad 3$$

$$|\{R_{bm} | R_{bm} = p\}| \leq 1 \quad \forall p \in P - \{0\}, \forall b \in B, \forall m \in \{1, \dots, |P|\} \quad 4$$

$$\{(e, p) | Z_e = p\} \subseteq \{(e, p) | C_{ep}^E \leq_f d_e\} \quad \forall e \in E, \forall p \in P \quad 5$$

$$|\{e | \exists m R_{bm} = Z_e\}| \leq_f c \quad m \in \{0, \dots, |P|\}, \forall b \in B, \forall e \in E \quad 6$$

$$|\{R_{bm} | R_{bm} = Z_e\}| = 1 \quad \forall e \in E \quad 7$$

$$\{(e, p) | Z_e = p\} \subseteq \{(e, p) | C_{ep}^E \leq d_e + H_e(1 - \alpha_w)\} \quad 8$$

$$|\{e | \exists m R_{bm} = Z_e\}| \leq c + T(1 - \alpha_c) \quad 9$$

C_{pq}^P : matriz de distancia entre cada par de paradas (p, q);

C_{ep}^E : matriz de distancia entre cada par estudiante-parada (e, p);

c_i^p : coordenadas de la parada localizada en el índice i de la variable V_p ;

c_j^e : coordenadas del estudiante localizado en índice j de la variable V_e ; ecuaciones (1) y (2)

Variables de decisión

R_{bm} : indica la parada que es visitada por el autobús b en el orden m , $|R_{bm}|$ indica el número de paradas visitadas por el autobús b ;

Z_e : indica la parada donde se recoge al estudiante e ;

Función objetivo y Restricciones

\leq_f : operador de comparación difuso que indica la incertidumbre difusa de las restricciones modeladas en las ecuaciones 5 y 6:

La función objetivo, representada por la ecuación 3, minimiza la distancia total recorrida por toda la flota de los autobuses. Las ecuaciones 4, 5, 6 y 7 representan las restricciones que tienen que ser cumplidas para que la solución sea factible. La ecuación 4 garantiza que cada parada sea visitada como máximo una vez, exceptuando la parada $p = 0$ que representa la escuela y es utilizada como origen y destino de cada autobús. La ecuación 5 asegura que cada estudiante pueda alcanzar la parada asignada. La ecuación 6 toma en consideración que la capacidad de cada autobús no sea excedida durante el recorrido que el mismo realiza. Finalmente, con la ecuación 7 se garantiza que cada parada a la que se asigna algún estudiante sea visitada por un autobús. Las ecuaciones 8 y 9 son utilizadas para reemplazar las ecuaciones 5 y 6. En el próximo acápite se argumenta esta decisión.

Enfoque paramétrico en la interpretación del modelo

Las restricciones presentadas en la ecuación 5 y la ecuación 6 son el núcleo del modelo difuso planteado. Estas restricciones implican que la factibilidad de que un estudiante pueda alcanzar una parada y que un autobús pueda transportar cierta cantidad de estudiantes, sean difusas y, por tanto, sea posible satisfacer estas restricciones con diferentes grados de pertenencia.

Para modelar estas situaciones es necesario definir un valor H_e que determina la máxima tolerancia permitida para la distancia adicional que un estudiante pueda caminar y un valor T que determina la máxima sobrecarga permitida por los autobuses. Si T y todos los valores de H_e son iguales a 0, entonces el problema se reduce al caso original no relajado. En la figura 2 (izquierda) se muestra la función utilizada para calcular el grado de cumplimiento de la restricción de capacidad de los autobuses (ver ecuación 9 del modelo) a partir de la capacidad c y la tolerancia definida T . En la figura 2 (derecha) se muestra la función utilizada para medir el grado de cumplimiento de la restricción de la máxima distancia a caminar por los estudiantes (ver ecuación 8 del modelo), teniendo en cuenta la distancia d y la tolerancia definida H_e .

Para comprender estas funciones, teniendo la capacidad original de los autobuses c y la tolerancia máxima admisible T , un autobús que transporte menos o exactamente la capacidad c , tiene un grado de cumplimiento igual a 1. Por otra parte, si el autobús transporta una cantidad de estudiantes entre la capacidad c y esta capacidad más la tolerancia admitida ($c + T$), entonces tiene un grado de cumplimiento en el intervalo $[0, 1]$. Finalmente, si el autobús transporta una cantidad superior de estudiantes a la suma de la capacidad original con la tolerancia ($c + T$), el grado de pertenencia es 0 y, por tanto, se asume que el autobús no puede aceptar esta carga.

Todas las ecuaciones representadas en el modelo corresponden a funciones lineales y, por tanto, el enfoque paramétrico descrito por Ebrahimnejad A y Verdegay JL puede ser aplicado. ⁽²⁰⁾ La noción de los alfa-cortes aplicados en este caso implica que diferentes conjuntos de soluciones factibles están asociados a valores particulares de α , por ejemplo, aquellas soluciones con un grado de factibilidad mayor o igual que α . Consecuentemente, a menores valores de α , más soluciones son consideradas factibles. Entonces, las ecuaciones 8 y 9 son utilizadas en lugar de las ecuaciones 5 y 6.

Estrategia consciente para explorar el espacio de búsqueda en el problema de planificación de rutas de autobuses escolares con distancia a caminar difusa

La estrategia de exploración consciente para la obtención de valores de alfa-cortes, presentada inicialmente por Sánchez-Ansola E *et al.*, ⁽²¹⁾ toma en consideración un conocimiento previo de la instancia específica del problema. En el caso del SBRP con distancia a caminar difusa, la principal característica a tener en cuenta es la distancia entre los estudiantes y las paradas de autobús. Esta distancia se calcula utilizando las ubicaciones entre cada estudiante y cada parada de autobús. Estos elementos de información son parte de los parámetros de entrada del modelo. Luego se calcula una matriz que contiene todos los pares de distancias estudiante-parada y se convierte en parte de los parámetros auxiliares en el modelo descrito (ver ecuación 2).

Para obtener los alfa-cortes los valores de distancia mencionados se dividen en 3 grupos:

a) las distancias que son menores o iguales que d (es la distancia máxima que pueden caminar los estudiantes en la instancia original),

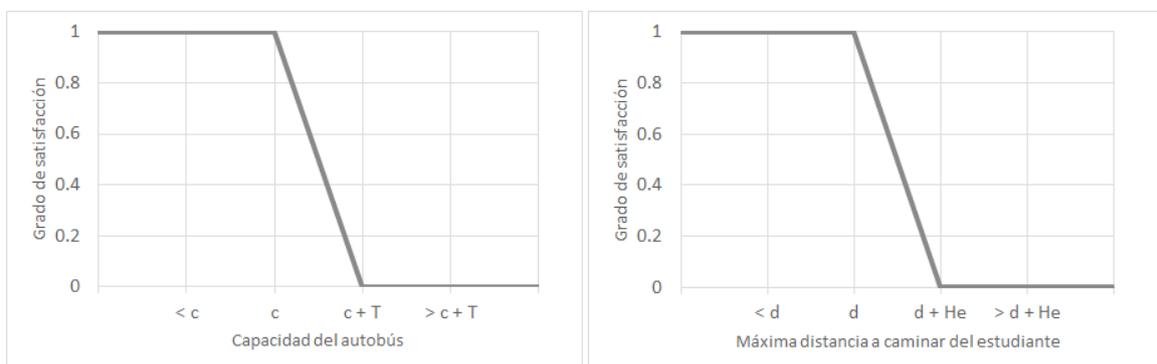


Fig. 2. Funciones de pertenencia del cumplimiento de las restricciones asociadas a la capacidad de los autobuses (izquierda) y a la máxima distancia a caminar por los estudiantes (derecha)

b) las distancias entre d y $d + H_e$ (donde H_e es la holgura especificada para cada estudiante que le permita sobrepasar la distancia original), y finalmente,

c) las distancias mayores que $d + H_e$.

Conociendo que las distancias en el grupo (a) siempre cumplen con la restricción y las distancias en el grupo (c) siempre se encuentran más allá de los límites permitidos, entonces solo las distancias en el grupo (b) son consideradas. De esta forma, en un caso donde todas las distancias están en los grupos (a) o (c), la relajación que aporta H_e no contribuye a mejorar la solución del caso original. Por lo tanto, no hay necesidad de explorar ningún valor de alfa, y la solución difusa coincide con la solución sin relajación.

El algoritmo a seguir para utilizar la estrategia consciente se describe a continuación.

I. Inicializar

a) Establecer n como el número de subproblemas no difusos a resolver;

b) definir $A = [\dots]$ como el arreglo de valores α ;

c) calcular la matriz de distancia M (corresponde con el parámetro C_{ep}^E del modelo presentado) entre cada par estudiante-parada de autobús.

II. Obtener los alfa-cortes

a) Hacer $A_0 = 1$ como el problema inicial no relajado;

b) dividir las distancias en la matriz M en 3 grupos: (a), (b) y (c);

c) si el grupo (b) está vacío, ir al paso 3 con $A = \{1\}$.

d) ordenar las distancias en el grupo (b) y dividir este grupo en $n - 2$ subgrupos;

e) para cada subgrupo, calcular el valor de alfa (α) de la siguiente manera:

$$\alpha = 1 - \frac{M(b_i) - d}{H} \quad 10$$

Sea $M(b_i)$ la última distancia en el subgrupo (i), d la distancia máxima original a caminar y H , la tolerancia máxima permitida al estudiante;

f) insertar α en A ;

g) Si el grupo (b) tiene más de $n - 2$ elementos, haga $A_n = 0$ como el problema con relajación máxima permitida. De lo contrario, ir al paso 3 sin la relajación innecesaria de $\alpha = 0$, ya que la relajación $A(n - 2)$ produce la última solución de interés.

III. Resolver

a) Obtener una solución para cada instancia sin relajación correspondiente a cada valor en A para obtener la solución difusa. Siguiendo la idea propuesta por Torres M *et al.*,⁽²²⁾ solo es necesario explorar el alfa-corte central si el problema sin relajación (A_0) y el problema totalmente relajado (A_n) son diferentes.

La ecuación 10 es el resultado de despejar α en la ecuación 8 en el modelo descrito.

RESULTADOS

Determinación de la mejor estrategia para la partición de grandes instancias de problema de planificación de rutas de vehículos con capacidades como la combinación del problema p-mediana capacitado y el problema del agente viajero

Las estrategias de descomposición se aplican en 16 instancias de diferentes tamaños. Las instancias se obtienen mediante un muestreo aleatorio de 18 000 ubicaciones de clientes proporcionado por la corporación CIMEX para entregas de TuEnvío La Habana. Para cada ruta se considera una capacidad máxima de 40 clientes. Para cada estrategia de descomposición, se define un límite $S = 600$. La metaheurística ILS se ejecuta 15 veces con 10 000 iteraciones. Las métricas para medir el desempeño de las estrategias son el tiempo de viaje (puede interpretarse como distancia recorrida) y el tiempo de ejecución. Este estudio fue originalmente publicado por Suárez González L *et al.*⁽¹⁷⁾

La figura 3 muestra los tiempos de viaje promedio y los tiempos de ejecución respectivamente obtenidos, utilizando las estrategias de descomposición propuestas para cada instancia. Como se puede notar, las 3 estrategias exhiben similares resultados en los tiempos de viaje en todas las instancias, aunque la mayoría de las veces la estrategia PM tiene ligeras ventajas. Como era de esperar, los tiempos de viaje aumentan con el número de clientes y, por tanto, de la cantidad de rutas. En el caso de los tiempos de ejecución, la estrategia PM muestra un crecimiento más acelerado que las estrategias PR-PMP y P-PMP, alcanzando así los peores tiempos de ejecución.

A partir de estos resultados, se decidió realizar un caso de estudio con clientes de la tienda virtual TuEnvío La Habana. El objetivo de este caso de estudio es comparar la calidad de los resultados de la solución propuesta con la forma anterior de organizar los recorridos de entregas por dicha organización. Para este caso de estudio se tomaron 12 000 clientes, un máximo de 600 clientes por partición y la capacidad de cada vehículo para satisfacer a 40 clientes (40 clientes por ruta).

Según la experiencia de los trabajadores de la tienda, los recorridos (previos a la solución que se propone) eran organizados por los conductores de cada vehículo. De esta forma, un conductor podía realizar su recorrido en el orden en que le entregaban el listado de clientes (orden alfabético) o introducirlos en una aplicación móvil de mapas e ir recorriendo según la cercanía de los clientes.

La tabla 1 muestra los resultados alcanzados para la planificación de las rutas según los parámetros ya declarados para la solución propuesta y para las 2 estrategias que pudieran seguir los conductores de los vehículos. La columna I muestra la solu-

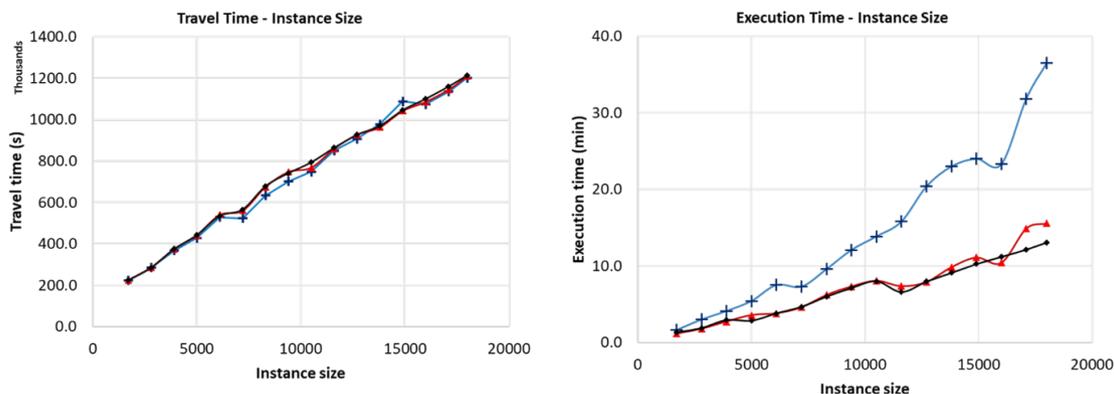


Fig. 3. Promedios de tiempos de viaje (izquierda) y ejecución (derecha) obtenidos con cada estrategia de descomposición

ción para los recorridos realizados en orden alfabético, la columna II la solución para los recorridos según la cercanía de los clientes de una ruta y la columna SP muestra la solución propuesta.

Como se puede observar en la tabla 1 la solución propuesta representa un notable ahorro en los indicadores de distancia total recorrida, tiempo promedio de las rutas y gasto total de combustible, llegando a alrededor de un 83 % con respecto a la estrategia I y a alrededor de un 51 % con respecto a la estrategia II. Teniendo en cuenta que la decisión de realizar los recorridos en un orden u otro recae en los conductores, se puede estimar que, como promedio, se logran ahorros en estos indicadores de aproximadamente el 68 %. Es decir, la propuesta emplearía un tercio de los recursos que utilizados.

Aplicación del modelo difuso propuesto en un contexto de aplicación real

Una forma de validar el siguiente resultado (que consiste en el modelo difuso propuesto y su enfoque paramétrico) consiste en su aplicación en un contexto real. En este caso se trata de la planificación de la transportación de los directivos de la CUJAE. Esta planificación tiene como objetivo ga-

rantizar la recogida de los directivos de la universidad para que puedan arribar en tiempo al centro para cumplir con sus labores disminuyendo los costos de transportación, práctica que se comenzó durante el tiempo de la pandemia de la COVID-19. Otras validaciones realizadas a este modelo pueden encontrarse en las publicaciones de Sánchez-Ansola E *et al.* y Sánchez-Ansola E y Pérez-Pérez AC. ^(19,23) De igual forma una validación más profunda de la estrategia consciente puede ser valorada en Sánchez-Ansola E *et al.* ⁽²¹⁾

Aunque el modelo está diseñado originalmente para el contexto de la transportación de estudiantes, puede ser utilizado en otros contextos muy similares. Tal es el caso de la transportación de empleados o el transporte obrero. La planificación de rutas para el transporte de empleados ha sido anteriormente modelada por varios autores a partir del SBRP. ^(24,25,26)

Para este caso de estudio se tomaron las direcciones de los 110 directivos de la CUJAE que residen en la provincia de La Habana. Con estas direcciones se obtienen las coordenadas geográficas utilizando un servicio de geocodificación de direcciones postales. ⁽²⁷⁾ Para definir cuál es la distancia máxima a caminar por los directivos se tuvo en cuenta lo expresado en

Tabla 1. Valores para la solución del problema difuso para cada instancia

Indicadores a evaluar	I	II	SP
Cantidad de rutas	305	305	304
Distancia total recorrida (km)	50 557,77	15 931,20	7861,95
Distancia promedio por ruta (km)	165,76	52,23	25,86
Duración promedio de las rutas (min)	245,78	87,09	40,56
Combustible por rutas (10 km/l)	16,58	5,22	2,59
Gasto total de combustible (l)	5055,78	1593,12	786,20

el Objetivo para el Desarrollo Sostenible 11: Ciudades y Comunidades Sostenibles. a En este ODS se plantea que un acceso conveniente al transporte público implica que las personas tengan una parada del transporte público a menos de 500 m de distancia desde su vivienda. Por tanto, se toma como distancia máxima a caminar 500 m. Asimismo, teniendo en cuenta las características de la ciudad y las distancias que usualmente tienden a caminar las personas en ella, la holgura máxima permitida se especifica al 200 % es decir hasta 1500 m.

Se decide realizar 2 instancias del caso de estudio, donde se varía la cantidad de directivos a trasladar. En la primera se asume una flota de 4 vehículos con capacidad para 30 pasajeros sentados. Con esta cantidad de vehículos es posible transportar hasta 120 pasajeros, por lo que la totalidad de los 110 directivos representados puede ser transportados en las rutas. Para la segunda instancia, solamente se contempla transportar 50 directivos, para lo cual se cuenta con 2 vehículos de capacidad 30. Estos 50 directivos se seleccionan aleatoriamente de los 110 directivos disponibles del problema. Esta última instancia tiene mayor utilidad para la planificación diaria de las rutas en la CUJAE, pues no todos los directivos utilizan el transporte todos los días.

Para medir la calidad de la distribución de las rutas obtenidas es necesario tener en cuenta 2 elementos: la distancia total recorrida por los autobuses y la cantidad de valores diferentes en las soluciones del modelo difuso. En la tabla 2, pueden apreciarse estos 2 elementos en las columnas distancia total recorrida. Igualmente, se muestran los valores de α obtenidos por la estrategia consciente (co-

lumna alfa), la distancia máxima a caminar por los directivos y la distancia promedio recorrida por estos para llegar a la parada asignada.

Al analizarse los valores obtenidos de la instancia de 110 directivos, puede comprobarse que, al aplicar la relación en la distancia a caminar por los directivos, se logra minimizar el valor de la distancia total recorrida por la flota de autobuses. Al mismo tiempo, se les ofrece a los decisores la posibilidad de escoger entre 4 niveles de relajación de interés (con $\alpha = 0,24$ no se obtienen mejores resultados) para tomar una decisión más adecuada respecto a cuanto deben caminar los directivos y cuanto se logra ahorrar en la distancia total recorrida. Del mismo modo, puede observarse que al aplicar la máxima relajación permitida se obtiene un ahorro aproximado del 11 %, que en esta instancia equivale a 21 km.

Un análisis similar puede realizarse con los resultados obtenidos en la ejecución de la instancia con 50 directivos. En estos resultados puede comprobarse como para cada nivel de relajación se obtienen valores diferentes de la distancia total a recorrer por los vehículos, con lo cual, el decisor dispone de cinco opciones para decidir cuánto deben caminar los directivos y cuánto se puede ahorrar en distancia recorrida y, por tanto, en uso de combustible. El ahorro con la máxima relajación posible asciende a un 20 %, que en esta instancia implica unos 21 km.

A partir de los resultados obtenidos se puede afirmar que el modelo del SBRP con distancia a caminar difusa es aplicable al escenario de la planificación de rutas de empleados debido a que, al relajar esta distancia a caminar, se obtienen mejores costos en la transportación. Igualmente, se le brinda la posibi-

a <https://unstats.un.org/sdgs/report/2019/goal-11/>

Tabla 2. Valores para la solución del problema difuso para cada instancia

Instancia	Alfa	Distancia a caminar (m)	Distancia promedio caminada (m)	Distancia total recorrida (m)	Distancia total recorrida (km)	Ahorro con respecto a $\alpha = 1$
110 directivos y 4 autobuses	1	500	308,69	197313	197,31	0 %
	0,69	810	370,06	185644	185,64	6 %
	0,43	1070	474,11	182110	182,11	8 %
	0,24	1260	626,99	182110	182,11	8 %
	0	1500	735,99	176180	176,18	11 %
50 directivos y 2 autobuses	1	500	281,18	106126	106,13	0 %
	0,63	870	352,20	93787	93,79	12 %
	0,35	1150	550,91	89924	89,92	15 %
	0,17	1330	625,94	86318	86,32	19 %
	0	1500	761,80	85088	85,09	20 %

lidad a los decisores de escoger entre varios valores de compromiso entre la distancia que deben caminar los trabajadores y la distancia total que deben recorrer los autobuses de la flota.

Conclusiones

El CVRP se puede modelar a partir de la combinación del CPMP y el TSP debido a las características comunes entre ellos. En la solución del CPMP la descomposición de instancias resulta de vital importancia para garantizar una reducción del costo computacional cuando las instancias originales son extremadamente complejas. Según los resultados alcanzados a partir de los experimentos realizados, de las estrategias diseñadas para la descomposición de instancias, la variante propuesta, llamada PR-PMP, obtiene soluciones con un tiempo de viaje un 0,02 % mayor que la PM, con un 45,6 % menos de esfuerzo computacional que la esta última. Por lo tanto, ofrece la mejor solución de compromiso entre la calidad y el costo computacional. En el caso de estudio evaluado la solución propuesta permite ahorrar, como promedio, un 68 % de la distancia recorrida, la duración promedio de las rutas y el combustible a utilizar.

Por otra parte, el modelo difuso presentado permite modelar problemas de planificación de rutas de autobuses escolares a partir del tratamiento difuso de las restricciones de máxima distancia a caminar por los estudiantes y capacidad de los autobuses. Los resultados alcanzados en la aplicación del modelo en un contexto determinado permiten afirmar que con la solución del modelo difuso propuesto se le brinda a los decisores una variedad de soluciones que establecen un compromiso entre la distancia total recorrida por los autobuses y la relajación de la restricción de la máxima distancia a caminar, para que puedan tomar decisiones más acertadas y responsables según sus necesidades (alineado también a los Objetivos para el Desarrollo Sostenible).

Ambas propuestas evidencian la importancia de introducir en la sociedad este tipo de soluciones con el fin de hacer más eficiente el uso de los recursos disponibles. En ambos casos se evidencia la posibilidad de lograr una disminución considerable en la distancia recorrida por las correspondientes flotas de vehículos a partir de las soluciones propuestas. Esto trae consigo una disminución importante en el uso del combustible, permitiendo un ahorro económico y una disminución de la contaminación ambiental.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Nations U. The Sustainable Development Agenda 2021 [Internet]2021 [Consultado 19 feb 2021]. Disponible en: <https://www.un.org/sustainabledevelopment/development-agenda/>
2. Corona CC. Soft Computing Techniques and Sustainability Science, an Introduction. In: Cruz Corona C, editor. Soft Computing for Sustain-

- ability Science. Cham: Springer International Publishing. 2018:1-10.
3. Di Vaio A, Palladino R, Hassan R, Escobar O. Artificial intelligence and business models in the sustainable development goals perspective: A systematic literature review. *Journal of Business Research*. 2020;121:283-314.
4. Verga J, Silva RC, Yamakami A. Multimodal Transport Network Problem: Classical and Innovative Approaches. In: Cruz Corona C, editor. *Soft Computing for Sustainability Science*. Cham: Springer International Publishing. 2018:299-332.
5. *Computational Intelligence Methodologies Applied to Sustainable Development Goals*. Cham: Springer International Publishing. 2022.
6. Absi N, Cattaruzza D, Feillet D, Housseman S. A relax-and-repair heuristic for the Swap-Body Vehicle Routing Problem. *Annals of Operations Research*. 2017;253(2):957-78.
7. Li LYO, Fu Z. The school bus routing problem: a case study. *Journal of the Operational Research Society*. 2002;53(5):552-8.
8. Miranda DM, de Camargo RS, Conceição SV, Porto MF, Nunes NTR. A multi-loading school bus routing problem. *Expert Systems with Applications*. 2018;101:228-42.
9. Bock A, Grant E, Könemann J, Sanità L. The School Bus Problem on Trees. *Algorithmica*. 2013;67(1):49-64.
10. Talbi EG. *Metaheuristics: From Design to Implementation*: Wiley Publishing; 2009.
11. Reimann M, Doerner K, Hartl RF. D-Ants: Savings Based Ants divide and conquer the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*. 2004;31(4):563-91.
12. Putri KA, Rachmawati NL, Lusiani M, Redi AANP. Genetic Algorithm with Cluster-first Route-second to Solve the Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows : A Case Study. *Jurnal Teknik Industri*. 2021;23(1):75-82.
13. Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL, editores. Fuzzy approach for Vehicle Routing Problems with fuzzy travel time. *International Conference on Fuzzy Systems*. 2010 18-23 July 2010.
14. Torres I, Cruz C, Verdegay JL. Solving the Truck and Trailer Routing Problem with Fuzzy Constraints. *International Journal of Computational Intelligence Systems*. 2015;8(4):713-24.
15. Giallanza A, Puma GL. Fuzzy green vehicle routing problem for designing a three echelons supply chain. *Journal of Cleaner Production*. 2020;259:120774.
16. Caballero-Morales SO, Rahim A, editors. Heuristic for the Capacitated p-Median Problem under a CVRP Approach. *7th Annual International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*; 2017; Rabat, Morocco: IEOM Society International.
17. Suárez González L, Porras Nodarse C, Diaz Pando H, Sánchez Anzola E, Rosete Suárez A, Pérez Pérez AC. Planificación eficiente de rutas de distribución. Caso de estudio de una tienda virtual. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*. 2021;15(ESPECIAL UCIENCIA I).
18. Erdogan G, Laporte G, Rodríguez Chía AM. Exact and heuristic algorithms for the Hamiltonian p-median problem. *European Journal of Operational Research*. 2016;253(2):280-9.
19. Sánchez-Anzola E, Pérez-Pérez AC, Rosete A. A Fuzzy Approach for Organizational Transportation Aligned with the Sustainable Development Goals: Health Promotion, Inequality Reduction, and Responsible Consumption. *Studies in Computational Intelligence*. 2022;1036:205-19.
20. Ebrahimnejad A, Verdegay JL. *Fuzzy Sets-Based Methods and Techniques for Modern Analytics*. 1 ed. Kacprzyk J, editor: Springer Cham. 2018; XIII:361.

21. Sánchez-Ansola E, Pérez-Pérez AC, Rosete A, Torres-Pérez I, Rojas O, Sosa-Gómez G. Conscious Exploration of Alpha-Cuts in the Parametric Solution of the School Bus Routing Problem with Fuzzy Walking Distance. *Computational Intelligence and Neuroscience*. 2022;2022:4821927.
22. Torres M, Pelta DA, Lamata MT, editors. A New Approach for Solving Personalized Routing Problems with Fuzzy Constraints. 2018 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE). 2018;8-13 July.
23. Sánchez-Ansola E, Pérez-Pérez AC, Rosete A. School Bus Routing Problem with fuzzy walking distance. *Polytechnic Open Library International Bulletin of Information Technology and Science (POLIBITS)*. 2020;Special Issue: Emerging Challenges and Trends in Business Intelligence(62):69-75.
24. Akpınar GF, Ozdemir M, San OE, Ak EE, Yalabik OK, Caglar Z et al., editors. Analysis and Improvement of Employee Transportation System. *Digital Conversion on the Way to Industry 40*. 2021:2021//; Cham: Springer International Publishing.
25. Yalçındağ S. EMPLOYEE SHUTTLE BUS ROUTING PROBLEM. *Mugla Journal of Science and Technology*. 2020.
26. Pitakaso R, Sethanan K, Srijaroon N. Modified differential evolution algorithms for multi-vehicle allocation and route optimization for employee transportation. *Engineering Optimization*. 2020;52(7):1225-43.
27. Alfonso Cantillo O, Sánchez Ansola E. Computación paralela para la geocodificación de direcciones postales cubanas. *Ingeniería Investigación y Tecnología*. 2020;21(4).

Recibido: 28/05/2024
Aprobado: 28/06/2024

Agradecimientos

Los autores agradecen a Gilberto Luis Díaz Valdés y al resto de los trabajadores de DATACIMEX y la tienda virtual TuEnvío por creer en los resultados de esta investigación y aportar los datos necesarios para poder realizar la misma. Asimismo, agradecen a los directivos y profesores de la Facultad de Ingeniería Informática de la Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría, CUJAE, por su apoyo en el desarrollo de la investigación.

Conflictos de intereses

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses relacionados con el contenido del artículo, con las instituciones a las que pertenecen, ni con ninguna otra entidad o institución.

Contribuciones de los autores

Conceptualización: Eduardo Sánchez Ansola, Alejandro Rosete Suárez, Humberto Díaz Pando, Cynthia Porras Nodarse

Curación de datos: Eduardo Sánchez Ansola, Luis Suárez González, Humberto Díaz Pando

Análisis formal: Eduardo Sánchez Ansola, Cynthia Porras Nodarse, Isis Torres Pérez

Adquisición de fondos: Humberto Díaz Pando, Guillermo Sosa Gómez, Omar Rojas

Investigación: Eduardo Sánchez Ansola, Luis Suárez González, Ana Camila Pérez Pérez

Metodología: Eduardo Sánchez Ansola, Ana Camila Pérez Pérez, Cynthia Porras Nodarse

Administración del proyecto: Eduardo Sánchez Ansola, Humberto Díaz Pando

Recursos: Humberto Díaz Pando, Guillermo Sosa Gómez, Omar Rojas
Software: Eduardo Sánchez Ansola, Luis Suárez González, Ana Camila Pérez Pérez

Supervisión: Eduardo Sánchez Ansola, Alejandro Rosete Suárez, Humberto Díaz Pando, Cynthia Porras Nodarse

Validación: Eduardo Sánchez Ansola, Luis Suárez González

Visualización: Eduardo Sánchez Ansola, Luis Suárez González

Redacción-borrador original: Eduardo Sánchez Ansola, Luis Suárez González

Redacción-revisión y edición: Eduardo Sánchez Ansola, Alejandro Rosete Suárez, Humberto Díaz Pando

Financiamientos

No se utilizó financiamiento específico para realizar la investigación presentada.

Cómo citar este artículo

Sánchez Ansola E, Rosete Suárez A, Suárez González L, Pérez Pérez AC, Díaz Pando H, Porras Nodarse C et al. Modelos y técnicas de optimización aplicados a problemas de transporte. *An Acad Cienc Cuba [internet] 2024 [citado en día, mes y año];14(2):e1596*. Disponible en: <http://www.revistaccuba.cu/index.php/revacc/article/view/1596>

El artículo se difunde en acceso abierto según los términos de una licencia Creative Commons de Atribución/Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0), que le atribuye la libertad de copiar, compartir, distribuir, exhibir o implementar sin permiso, salvo con las siguientes condiciones: reconocer a sus autores (atribución), indicar los cambios que haya realizado y no usar el material con fines comerciales (no comercial).

© Los autores, 2024.

