

## PROPAGACIÓN DE CAMPOS EN ESPACIO-TIEMPOS DE AGUJEROS NEGROS

**ENTIDAD EJECUTORA PRINCIPAL:** UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS. Departamento de Física. Facultad de Ingenierías.<sup>1</sup>

**AUTOR PRINCIPAL:** Owen Pavel Fernández Piedra<sup>1</sup>

**COLABORADORES:**

Alejandro Cabo Montes de Oca<sup>2</sup>, Elcio Abdalla<sup>3</sup>, Jeferson de Oliveira<sup>4</sup>, Carlos Molina<sup>3</sup>, Fidel Sosa Nuñez<sup>5</sup>, José Bernal Castillo<sup>3</sup>, Yulier Jiménez Santana<sup>5</sup>, Leosdan Figueredo Noris<sup>3</sup>.

**OTRAS ENTIDADES PARTICIPANTES:**

<sup>2</sup> Instituto de Matemática y Física (ICIMAF), Cuba.

<sup>3</sup> Instituto de Física, Universidad de Sao Paulo, Brasil.

<sup>4</sup> Universidad Federal de Itajubá, Brasil.

<sup>5</sup> Universidad de Guanajuato, México.

**AUTOR PARA LA CORRESPONDENCIA:**

Owen Pavel Fernández Piedra

e.mail: opavel@ucf.edu.cu

**RESUMEN.**

En este trabajo se estudian aspectos de las Teorías clásica y cuántica de campos en espacio-tiempos curvos. La motivación principal es doble. Primero, la necesidad de contar con una teoría cuántica de la gravedad, que describa las propiedades del espacio tiempo y los fenómenos físicos relacionados con la gravitación a nivel cuántico. Segundo, la necesidad de contar con un formalismo que permita el estudio de la propagación de campos físicos en la vecindad de agujeros negros y otros objetos compactos en el universo, con miras a su detección, la determinación de sus principales propiedades físicas, su estabilidad y la generación y detección de ondas gravitacionales producto de fenómenos violentos en el universo.

Con vistas a resolver las cuestiones antes mencionadas, en los trabajos relacionados con esta propuesta primeramente se analiza la propagación de campos clásicos débiles en un espacio-tiempo curvo general, obteniéndose las ecuaciones que describen la dinámica de perturbaciones de diferente espín en el mismo. Se usan los resultados obtenidos para estudiar la evolución temporal completa de perturbaciones en varios espacio-tiempos específicos que describen agujeros negros y branas. Además se estudia la cuantización de campos en un fondo gravitatorio clásico arbitrario, obteniendo, en el caso de campos masivos de diferente espín, expresiones para la acción efectiva cuántica renormalizada al nivel de un lazo, y el tensor de energía-momentum renormalizado de los mismos. Las expresiones obtenidas se aplican al estudio de la polarización de vacío gravitacional en espacio-tiempos de Reissner-Nordstrom y cuerdas negras. Se resuelven las ecuaciones semiclásicas de Einstein en el caso de agujeros negros esféricamente simétricos y, para el caso específico de un agujero negro con carga eléctrica, se determinan las frecuencias cuasinormales de

perturbaciones escalares, descubriéndose un corrimiento apreciable de las mismas con relación a su contraparte clásica.

El formalismo general desarrollado, así como los principales resultados obtenidos al aplicar las teorías desarrolladas a sistemas físicos y cosmológicos de interés, están avalados por 14 artículos publicados en revistas de alto impacto en Física, entre ellas cinco artículos publicados en la prestigiosa revista norteamericana *Physical Review D*, la de más alto impacto en esta ciencia.

Además, se cuenta con el aval de tres premios provinciales de la Academia de ciencias, otorgados en años anteriores, como reconocimientos a estudios previos realizados por el autor en estos temas, algunos de los cuales se incluyen aquí por razones de completitud.

Es de resaltar que los resultados presentados y publicados por el autor, relacionados con el método desarrollado para el tratamiento de perturbaciones en espacio tiempos de agujeros negros, posee gran relevancia debido al hecho de que las perturbaciones gravitacionales no son más que ondas gravitacionales, que han sido recientemente detectadas, lo cual se ha convertido en el descubrimiento del siglo. De hecho, en el experimento mencionado, se reclama la detección de las ondas mencionadas como resultado del análisis de la señal obtenida de cierto punto específico del cosmos, donde se interpreta dicha señal como debida a la fase cuasinormal de la evolución de las perturbaciones gravitacionales producidas por el choque de dos agujeros negros. En los trabajos del autor resumidos aquí, más de una vez se recalca esta idea, y se ofrecen los métodos para determinar analítica o numéricamente, las frecuencias cuasinormales de perturbaciones gravitacionales, útiles para ajustar curvas experimentales precisamente del tipo de las encontradas en el experimento del siglo. Esto da una idea de la actualidad, la novedad y la relevancia de parte de los resultados presentados en esta propuesta a premio.

## **COMUNICACIÓN CORTA DEL RESULTADO.**

### **Introducción.**

Hasta finales del siglo XIX y principios del XX, se pensó que con las ideas de la Teoría electromagnética de Maxwell y la Mecánica de Newton se podían explicar todos los fenómenos naturales, lo cual resultó erróneo. Pronto aparecieron dos nuevas teorías fundamentales, la Teoría de la Relatividad Especial (TER), que unifica los conceptos relativos de espacio y tiempo en un solo ente, el espacio-tiempo, y la Mecánica Cuántica (MC), que describe sistemas atómicos con gran precisión. Ambas han sido combinadas de manera excelente en las denominadas Teorías Cuánticas de Campos (TCC), que describen, con un detalle y precisión extraordinarios, tres de las cuatro interacciones fundamentales conocidas. Para describir la cuarta interacción, la gravitación, disponemos de la Teoría General de la Relatividad (TGR), formulada por Einstein en forma definitiva en el año 1915, que afirma que las propiedades del espacio-tiempo se modifican debido al contenido de materia y energía, y viceversa: las propiedades del espacio-tiempo determinan la forma en que se distribuyen en el la materia y la energía.

La TGR describe muy bien el macrocosmos, mientras que las TCC describen el micromundo. Sin embargo, ambas teorías son incompatibles. Este hecho ha originado la búsqueda, desde hace más de medio siglo, de una teoría que compatibilice los principios de la TGR con la idea de la cuantización.

Actualmente estamos lejos de contar con una TCG completa y consistente, no obstante, aun en ausencia de esta teoría, podemos intentar obtener información acerca de la influencia del campo gravitatorio clásico sobre los fenómenos cuánticos. Podemos esperar que exista un régimen para la naturaleza cuántica de la gravedad, en el cual podamos considerar el campo gravitatorio como un fondo clásico, en el que se propagan los campos de la teoría cuántica. Si adoptamos la TGR para describir la gravedad, entonces estaríamos en presencia de una Teoría Cuántica de Campos en espacio-tiempos curvos (TCEC).

El contenido físico de una TCEC en cuatro y más dimensiones, está contenido en el tensor de energía-impulso renormalizado del campo, evaluado en un estado cuántico adecuado. Tratando a dicho tensor como fuente en las ecuaciones semiclásicas del campo de Einstein, uno puede, en principio, determinar las correcciones al campo gravitatorio debidas a los efectos de cuantización de los campos de materia restantes, siempre que los efectos cuánticos del campo gravitatorio no sean los dominantes. Por tanto, en una teoría semiclásica de la gravedad nos enfrentamos a dos grandes problemas: por un lado la propia construcción del tensor de energía impulso renormalizado  $\langle T_{\mu}^{\nu} \rangle$ , y por otro el estudio de su influencia mediante las ecuaciones semiclásicas del campo gravitatorio que describe al sistema. Para campos masivos, la aproximación basada en un desarrollo del tipo de Schwinger-De Witt, nos permite obtener la acción efectiva renormalizada, a partir de la cual podemos calcular  $\langle T_{\mu}^{\nu} \rangle$  [1-4].

Por otro lado, entre los intentos por construir una TCG, destacan las teorías de supergravedad (SUGRA) y las Teorías de Cuerdas (TC). Al igual que en la TGR, en las teorías SUGRA, las TC y las TC, aparecen soluciones de agujero negro. Otro tipo de soluciones que aparecen en las teorías SUGRA, y que representan objetos extendidos en varias dimensiones, reciben el nombre de p-branas negras. También, como hemos demostrado en nuestros trabajos [5-7], es posible encontrar soluciones de AN en la gravedad semiclásica, lo cual sugiere una pregunta clave: ¿Es posible la existencia en la naturaleza de sistemas de este tipo?

La pregunta anterior indica claramente que una cuestión vital es la relacionada con la estabilidad de las soluciones de ANs y branas ante perturbaciones externas. Aunque las perturbaciones sean inicialmente pequeñas, puede darse el caso de que ganen intensidad con el decursar del tiempo y como consecuencia causen la inestabilidad del objeto compacto e incluso su destrucción. De ahí que, para investigar la posible existencia de tales sistemas físicos en nuestro Universo, un primer paso es estudiar su respuesta ante tales perturbaciones. Si el AN resulta estable, esto implica que la solución puede existir en la naturaleza. Si, por otro lado, encontramos una inestabilidad, entonces no es posible encontrar sistemas de este tipo en el universo.

El análisis de perturbaciones también nos dice mucho acerca de las propiedades básicas de un AN. Las perturbaciones de un AN producen una señal característica, formada por un conjunto de frecuencias denominadas cuasinormales, cuya detección indicaría de manera contundente la presencia del mismo. El espectro de modos cuasinormales contiene información acerca de la estructura geométrica de la métrica de fondo, especialmente en las cercanías del horizonte de eventos. Además las frecuencias cuasinormales asociadas a ondas gravitacionales, contienen información no solo de estas ondas, sino del fenómeno explosivo que las produjo. Sirva como ejemplo de esto la mención del reciente hallazgo de dichas ondas, encontradas a través de la interpretación de la señal cuasinormal detectada luego de la colisión de dos agujeros negros en un punto determinado del universo.

En este trabajo también se desarrolla un formalismo clásico para el estudio de la dinámica de perturbaciones de diferente espín en espacio tiempos de agujeros negros y otros objetos

compactos, en un número arbitrario de dimensiones. Se aplica dicho formalismo a la determinación de las frecuencias cuasinormales de agujeros negros en la TGR y en las TC, específicamente agujeros negros regulares, agujeros negros de Lifshitz, agujeros negros cuerdísticos, p-branas negras y agujeros negros semiclásicos de Resissner-Nordstrom. En particular, se considera por vez primera en la literatura el problema de la influencia de las correcciones cuánticas al espacio tiempo de fondo sobre el espectro cuasinormal de un agujero negro cargado eléctricamente, descubriéndose que se produce un corrimiento apreciable en las frecuencias cuasinormales de tales sistemas con respecto a su contraparte clásica.

En lo que sigue daremos una muy breve descripción de los formalismos desarrollados. Mayor información sobre todo en lo referido a las aplicaciones de los formalismos anteriores se puede encontrar en nuestros trabajos [1-14].

### Teoría cuántica de campos en un espacio tiempo curvo.

Consideremos para simplificar un campo masivo en interacción con un campo gravitacional clásico en cuatro dimensiones. Para cuantizar dicho campo, lo más conveniente es usar el formalismo de cuantización por medio de integrales continuales de Feynmann, y obtener la acción efectiva en forma de un desarrollo perturbativo en serie de potencias de la constante de Dirac análogo al desarrollo en lazos usual de la teoría cuántica de campos.

En este trabajo no daremos los detalles relacionados con todo este procedimiento, sino que solo mencionaremos brevemente sus resultados. Usando la representación de Schwinger-DeWitt para el propagador del campo, podemos obtener para la acción efectiva renormalizada en la aproximación de un lazo la expresión general [1-4]:

$$\Gamma_{(1)} = \int d^4x \sqrt{-g} L_{ren} \quad (1)$$

donde la densidad lagrangiana renormalizada viene dada por

$$L_{ren} = \frac{1}{2(4\pi)^2} \sum_{k=3}^{\infty} \frac{str C_k(x, x)}{k(k-1)(k-2)m^{2(k-2)}} \quad (2)$$

Los coeficientes biescalares crecen su complejidad rápidamente al crecer  $k$ . Los primeros tres coeficientes del desarrollo de Schwinger-DeWitt, dan contribuciones a la parte divergente de la acción efectiva, y pueden ser absorbidos en la acción gravitacional clásica de Einstein-Hilbert (3) mediante la renormalización de las constantes gravitacional y cosmológica desnudas. Hasta el momento, se cuenta con expresiones exactas de estos términos para  $k \leq 4$ . El valor esperado de vacío del tensor de energía-impulso renormalizado del campo masivo cuántico puede finalmente ser obtenido por medio de la derivación funcional de la expresión (9) con respecto al tensor métrico

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle_{ren} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \Gamma_{(1)}}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (3)$$

La expresión final que se obtiene para  $\langle T_{\mu}^{\nu} \rangle$  es extremadamente grande como para ser presentada en este resumen. En nuestros trabajos [1-4] hemos aplicado esta expresión al cálculo de las componentes de dicho tensor en espacio tiempos de cuerdas negras estáticas, que son sistemas de gran importancia cosmológica, pues son defectos topológicos que

existen en el universo y que se formaron como estructuras en las primeras etapas de evolución del mismo, por lo cual contienen información detallada sobre las etapas tempranas de formación del universo. Además, en los trabajos [5-7], a los que referimos al lector, calculamos las componentes del tensor energía momentum al espacio tiempo de un agujero negro cargado eléctricamente, a partir de las cuales hemos construido las soluciones de las ecuaciones de Einstein usando estas componentes como fuentes.

Por solo citar un ejemplo de aplicación de la teoría desarrollada, en el espacio-tiempo de una cuerda negra estática, los resultados obtenidos para las componentes renormalizadas del valor esperado de vacío del tensor de energía-impulso correspondiente a un campo escalar masivo son muy simples. Si evaluamos las componentes anteriores en el horizonte de la cuerda negra, los resultados se simplifican aún más, obteniéndose para el tensor de energía-momentum renormalizado

$$T_t^t|_H = -\frac{3}{2} \frac{\alpha^6 \eta}{\pi^2 m^2} \left( \frac{1}{40} + 3\eta^2 \right) + \frac{\alpha^6}{140\pi^2 m^2} \quad (4)$$

$$T_z^z|_H = -\frac{3}{2} \frac{\alpha^6 \eta}{\pi^2 m^2} \left( \frac{1}{20} + 3\eta^2 \right) + \frac{\alpha^6}{112\pi^2 m^2} \quad (5)$$

cumpliendo además las relaciones  $T_t^t|_H = T_\rho^\rho|_H$  y  $T_z^z|_H = T_\phi^\phi|_H$ .

En este punto conviene hacer un análisis del cumplimiento o no, por parte del campo escalar cuantizado, de las condiciones de energía que debe cumplir toda forma razonable de materia según la Teoría General de la Relatividad. La importancia de las condiciones de energía es clara, estas son parte indisoluble de la demostración de un conjunto de teoremas muy importantes de la TGR acerca de la formación de singularidades, la positividad de la masa y las leyes de la termodinámica de los agujeros negros.

Un análisis de las expresiones (4) y (5) nos lleva a la conclusión de que, en general, todas las componentes del tensor de energía-momentum renormalizado del campo escalar masivo serán positivas en el horizonte de la cuerda negra para aquellos valores de la constante de acoplamiento  $\xi \leq 0.26$ . Si definimos como es usual la densidad de energía según  $\varepsilon = -T_t^t$ , entonces vemos que en dicha hipersuperficie la condición de energía débil se viola para esos valores de la constante de acoplamiento. Los casos más interesantes desde el punto de vista físico, a saber, los casos de acoplamiento mínimo y conforme satisfacen la condición mencionada. Es interesante hacer notar que en el caso de campos espinoriales y vectoriales masivos también se viola la condición débil de energía en el horizonte de una cuerda negra estática.

### Perturbaciones en espacio tiempos de agujeros negros.

En el Universo no existen agujeros negros aislados. Por consiguiente, un AN siempre en un estado perturbado, y siempre que se quiera conocer algo acerca de su interacción con el entorno astrofísico o microscópico, se deben considerar un análisis de sus perturbaciones.

La evolución temporal de una perturbación alrededor de un AN posee un período inicial transitorio relativamente corto que depende fuertemente de las condiciones iniciales, seguido por un período largo de oscilaciones propias amortiguadas, llamadas modos cuasinormales, y,

a tiempos muy grandes, una etapa en que los modos cuasinormales son suprimidos por colas potenciales o exponenciales.

En nuestros trabajos [8-15], a los cuales referimos al lector para conocer los detalles, se demuestra que la evolución temporal de perturbaciones de diferente espín alrededor de agujeros negros se describe, por lo general, por una ecuación de ondas de la forma:

$$\frac{\partial^2 \psi_\sigma}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \psi_\sigma}{\partial r_*^2} + V_\sigma(r) \psi_\sigma = 0,$$

donde  $\psi$  es la amplitud de la perturbación y  $\sigma$  representa el conjunto de números que describen el espectro de la parte angular del operador de evolución temporal. En la ecuación anterior  $V(r)$  representa el potencial efectivo que contiene toda la información sobre el objeto compacto en cuestión, y además del campo específico de prueba que se está considerando.

Además, un resultado interesante es que, en el caso en que se consideren perturbaciones gravitacionales (ondas gravitacionales), el sector tensorial de estas perturbaciones, que es el más importante puesto que la estabilidad de un objeto compacto está estrechamente ligada con la existencia de partes imaginarias negativas para las frecuencias cuasinormales asociadas a este sector viene escrito por una ecuación exactamente igual a la que describe las perturbaciones escalares de prueba, de ahí que se pueda concluir que ambos tipos de perturbación son isoespectrales. Esto indica que no es necesario acometer la tarea, bien complicada, de investigar perturbaciones gravitacionales para estudiar la estabilidad de este tipo de sistemas compactos, y basta considerar el problema equivalente, y más sencillo, de un campo escalar sin masa que evoluciona en el espacio-tiempo de interés. Esto constituye un resultado esencial que facilita análisis posteriores sobre propagación de ondas gravitacionales alrededor de agujeros negros.

En cuanto a las aplicaciones del formalismo anterior al estudio de la dinámica de perturbaciones en diferentes espacio tiempos de interés, remitimos al lector a las referencias 5 a 15, donde se estudian los casos de agujeros negros semiclásicos con carga eléctrica, agujeros negros de Schwarzschild, agujeros negros regulares, agujeros negros cuerdísticos, p-branas negras y agujeros negros con simetría de Lifshitz. El hecho de poder aplicar el formalismo desarrollado a toda esta variedad de espacio tiempos interesantes, destaca el poder predictivo y la generalidad del método.

## Conclusiones

Las principales conclusiones de nuestro estudio se pueden esbozar como sigue:

- a) Para tiempos intermedios la evolución de campos fermionicos y bosonicos en espacio tiempos de objetos compactos se caracteriza por un conjunto de modos cuasinormales, Para tiempos muy grandes, la amplitud de la perturbación decae siguiendo una ley de potencias en espacios asintóticamente planos, mientras que para agujeros negros en espacios con constante cosmológica negativa, la fase cuasinormal domina toda la evolución temporal.
- b) En todos los casos estudiados no se encontró ninguna inestabilidad. En un agujero negro de Schwarzschild, las perturbaciones bosónicas y fermiónicas se propagan de manera dependiente del espín. Las perturbaciones bosónicas con espín mayor tienen menor factor de calidad, y lo contrario sucede en el caso fermiónico. Por otro lado, los campos escalares, electromagnéticos, gravitacionales y de Dirac viajan mayores distancias que las perturbaciones de gravitino.

- c) Para campos con geometría esférica, uno de los efectos de la retroacción sobre un agujero negro es el cambio en la masa del mismo, que disminuye como consecuencia de la violación, por parte del campo cuántico, de la condición débil de energía. Esto podría dar lugar a efectos observables, pues un agujero negro semiclásico cargado eléctricamente sobre el que se propaga una perturbación de prueba escalar se comporta como mejor oscilador que su contraparte clásica.