



## Contribución teórica y práctica a la didáctica del Cálculo Diferencial y del Álgebra Lineal para carreras de ingeniería

**ENTIDAD EJECUTORA PRINCIPAL:** Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz (UC)

**Entidad ejecutora participante:** Universidad Autónoma de Santo Domingo (UASD), República Dominicana

**AUTORES PRINCIPALES:** Olga Lidia Pérez González<sup>1</sup>, Ramón Blanco Sánchez<sup>1</sup>

**Otros autores:** Nancy Montes de Oca Recio<sup>1</sup>, Isabel Yordi González<sup>1</sup>, Yaile Caballero Mota<sup>1</sup>, Ángela Mercedes Martín Sánchez<sup>2</sup>, Neel Lobatchewski Báez Urefla<sup>2</sup>, Ana Mercedes Báez<sup>2</sup>, Cila Eduviges Mola Reyes<sup>1</sup>, Seydel Bueno García<sup>1</sup>, Alexia Nardin Anarela<sup>1</sup>, Carlos Basulto Morales<sup>1</sup>

**Colaboradores:** Roberto Portuondo Padrón<sup>1</sup>, Yoan Martínez López<sup>1</sup>, Roger Pérez García<sup>1</sup>, Roberto Byas De La Cruz<sup>2</sup>, Ricardo Sánchez Casanova<sup>3</sup>, Anelys Vargas Ricardo y Estrella Sobrado Cárdenas<sup>1</sup>, Delia Sarduy Nápoles<sup>1</sup>, Wendy Eufrocina Heredia Soriano<sup>2</sup>, David Torres<sup>2</sup>, Evelio Machado Ramírez, Jorge García Batán, Julio Mora Salvador, Manuel Guardado Hernández<sup>1</sup>, Reinaldo Sampedro Ruiz, Dasney Cabrera Abreu<sup>5</sup>, Nerayle Maure Zunnquena<sup>5</sup>, Janet Socarras Velazco<sup>5</sup>, Comlan Luc Djakli<sup>1</sup>, Lenniet Coello Blanco, Laura Casas Fuentes, María Caridad Julián Ricardo<sup>1</sup>, Bartola Máximo Triana Hernández<sup>1</sup>, Marines Montalbán García<sup>1</sup>, Marisabel Salgado Docampo<sup>1</sup>, Yareida Fabián Estrada<sup>4</sup>, Luis Enrique Lezcano Rodríguez<sup>8</sup>, Ivonne Burguet Lago<sup>4</sup>, Mayra Durán Benejam<sup>4</sup>, Jorge García Ruiz<sup>1</sup>, Silvia Colunga Santos, Evarista Matías Pérez<sup>2</sup>, Lisandra Docampo López<sup>1</sup>, Adolfo Álvarez Martínez<sup>1</sup>, José Manuel Ruiz Socarras, Milagros de la Caridad Gutiérrez Álvarez<sup>1</sup>, Luis Armando Pérez López<sup>1</sup>, José Chía Rojas<sup>1</sup>, Rafael Bello Pérez<sup>7</sup>, Jesús de Farit Rubio Méndez, Ibis Ramos Granados<sup>1</sup>, Julio Cesar Madera Quintana<sup>1</sup>, Gerardo Quintero Pupo<sup>1</sup>, Doris Vivian Prieto Valdés<sup>1</sup>, Raúl León Báez Olazabal<sup>1</sup>, Yosbel Morales Olivera, Pablo Estrada Aguilera<sup>1</sup>, Amaldo Espíndola Artola<sup>1</sup>, Migdalia Fernández Perón<sup>1</sup>, Gilda Hernández Murias, Cannen Fortuna González Trujillo<sup>1</sup>, María Lourdes Rodríguez González<sup>1</sup>, Dainel Arzuaga Rodríguez<sup>4</sup>, Danilo Fornaris Montero<sup>4</sup>, Pedro Fernández Olazábal<sup>8</sup>, Mónica Mercedes Díaz Fonseca<sup>4</sup>, Irma Rivera Castaño<sup>5</sup>, Sonia Guerrero Lambert<sup>1</sup>, Ernesto Flores Montero, Luis Arnauris Sariol Aguilar<sup>4</sup>, Reynaldo Manuel Tomás Montes de Oca<sup>4</sup>, Mario González Rey<sup>1</sup>, Juan Travieso Gutiérrez<sup>1</sup>, Susana Pachaco Campos, Aliett Docampo Pérez<sup>1</sup>

**Filiación:** <sup>1</sup>Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz (UC), Cuba. <sup>2</sup>Universidad Autónoma de Santo Domingo (UASD), República Dominicana. <sup>3</sup>Universidad de la Habana (UH), <sup>4</sup>Universidad de Ciencias Informáticas (UCI). <sup>5</sup>Ministerio de Educación de la Provincia (MINED) de Camagüey. <sup>8</sup>Universidad Pedagógica Enrique José Varona (UPEJV). <sup>7</sup>Universidad Central de las Villas Martha Abreu (UCLV). <sup>8</sup>Universidad Escuela Libre de Psicología de Puebla, México (UJELPP).

### RESUMEN

#### Palabras clave

*Didáctica; Cálculo Diferencial; Álgebra Lineal; ingeniería*

Las insuficiencias en el tratamiento didáctico de los conceptos en el proceso de enseñanza-aprendizaje (PEA) del Cálculo Diferencial (CD) y del Álgebra Lineal (AL) en las carreras de ingeniería (CI) y las limitaciones de los estudiantes para resolver problemas matemáticos han sido estudiadas generalmente desde las ciencias pedagógicas, donde prevalecen propuestas que, por lo general, no tienen en cuenta las especificidades de la matemática como ciencia. El objetivo es contribuir, desde la teoría y la práctica a la

didáctica del CD y el AL en las CI, desde la perspectiva de la formación y desarrollo conceptual, con fundamentos en el enfoque histórico-cultural del desarrollo humano y los enfoques socioepistemológico y ontosemiótico del conocimiento matemático (ESM y EOM) para perfeccionar el PEA de estas asignaturas y lograr un mejor desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos. Todos los resultados responden a la labor realizada por un equipo de trabajo constituido por profesores de Matemática de ingeniería y de preuniversitario, pedagogos, psicólogos, matemáticos, informáticos e ingenieros con categoría docente. Se aportan resultados inéditos que incluyen 2 modelos didácticos y 2 estrategias didácticas para la formación conceptual y desarrollo conceptual procedimental en el CD, los criterios didácticos para valorar la idoneidad epistémica y cognitiva del aprendizaje significativo del concepto función, 2 modelos didácticos y 2 estrategias didácticas para la comprensión conceptual y para el desarrollo de relaciones conceptuales en el AL, y un sistema experto para el AL (SEAL) que se fundamenta didácticamente en los resultados anteriores y se desarrolla con técnicas de la inteligencia artificial. La novedad y relevancia de la propuesta, desde lo teórico y lo práctico, se evidencia por su alta producción científica conformada por 25 artículos, 9 en capítulos en el Acta Latinoamericana de Matemática Educativa y 3 registros informáticos en CENDA. Están respaldados por 16 avales de introducción de los resultados, los cuales aparecen en los anexos. Se agregan a estos resultados 25 tesis defendidas. Se destaca el alto reconocimiento e intercambio con otras universidades de Cuba y el extranjero, lo cual se puede evidenciar en los anexos.

---

En la actualidad, Latinoamérica es testigo de la comunidad disciplinar que está emergiendo, dialogando y reflexionando desde lo profesional y lo científico, sobre la matemática educativa, en busca de fundamentos teóricos para incidir en su perfeccionamiento [1]. Paralelamente a ello, en Cuba se trabaja en la implementación de los lineamientos de la política económica y social del país en los cuales se exige la necesidad de realizar acciones para elevar la calidad y el rigor en el PEA y lograr un óptimo aprovechamiento de las capacidades existentes, así como fomentar el desarrollo de investigaciones sociales y humanísticas sobre los asuntos prioritarios de la sociedad, siendo la calidad de la formación de los ingenieros uno de los aspectos que se le presta especial atención [2].

En este contexto, se debate sobre el conocimiento profundo de las ciencias básicas, y específicamente de la Matemáticas, como uno de los rasgos esenciales que deben caracterizar al ingeniero, para que sea un profesional con una sólida formación teórica y científica, donde la formación y desarrollo conceptual desempeñan un rol determinante en la conformación de su pensamiento matemático [3]. Este debate se desarrolla en un escenario donde los cambios tecnológicos y sociales ocurridos en las últimas décadas demandan una nueva manera de proceder en el PEA de la Matemáticas, exigiendo la formación de ingenieros capaces de autosuperarse, comunicarse, generar ideas y resolver los problemas científicos y sociales del campo ingenieril [4].

Sin embargo, se ha podido comprobar que aún persisten insuficiencias en el tratamiento didáctico de los conceptos

en el PEA del CD y del AL en las CI, y que debido a ello los estudiantes tienen dificultades en la resolución de problemas matemáticos [5],[6],[7].

Atendiendo a estas carencias teóricas y prácticas, así como a las particularidades propias de la actividad matemática, el objetivo de la investigación fue contribuir, desde la teoría y la práctica, a la didáctica del CD y el AL en las CI, desde la perspectiva de la formación y desarrollo conceptual, con fundamentos en el enfoque histórico-cultural del desarrollo humano, y los ESM Y EOM para perfeccionar el PEA de estas asignaturas y lograr un mejor desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, con la participación de un equipo multidisciplinario.

Todos los resultados de esta investigación incluidos en esta propuesta tributan a la formación y desarrollo conceptual en el PEA del CD y del AL en las CI. Ellos son los siguientes.

Modelo didáctico y estrategia didáctica para la formación conceptual en el CD en una variable real en las CI. El modelo didáctico devela las interrelaciones dialéctico-didácticas entre la adquisición de recursos en la transferencia de registros semióticos, el tratamiento conceptualvalorativo de las hipótesis, y la apropiación conceptual del movimiento de la variable en la resolución de tareas de aplicación. La estrategia didáctica tiene el fin de lograr la apropiación conceptual para resolver tareas de aplicación y mejorar la representación social que los estudiantes tienen sobre esta asignatura [5], [8-13].

Modelo didáctico y estrategia didáctica para el desarrollo conceptual procedimental en el CD en una variable real en las

CI. Se aporta una nueva concepción para el desarrollo conceptual procedimental, en la que se devela la lógica didáctica entre el reconocimiento y representación matemática de patrones variacionales del contexto ingenieril; la conversión de registros de representación semiótica de los procesos de variación y cambio; los procesos de variación y cambio en los contextos geométricos, numéricos, estocásticos y métricos, y la articulación de saberes matemáticos en prácticas sociales en contextos ingenieriles. La estrategia didáctica tuvo como objetivo mejorar el desempeño de los estudiantes en la solución de problemas matemáticos. Se definen los niveles de desempeño y criterios evaluativos en la solución de problemas matemáticos [1], [14].

Modelo didáctico y estrategia didáctica para el desarrollo de relaciones conceptuales en el PEA del AL en las CI. Es un modelo que devela la lógica didáctica entre la orientación analítica, geométrica y estructural del concepto espacio vectorial; la elicitación de las relaciones conceptuales en la secuenciación didáctica entre logos y praxis de la combinación lineal y la formalización de la organización conceptual en el AL. Se definen los niveles del desarrollo y criterios evaluativos de las relaciones conceptuales. La estrategia didáctica tuvo como objetivo el de mejorar el desempeño de los estudiantes en la solución de tareas algebraicas del AL [6], [15-17].

Modelo didáctico y estrategia didáctica para la comprensión de los objetos del AL en el PEA del AL en las CI. En el modelo y la estrategia prevalecen los procesos de análisis y construcción de significados mediante la realización de situaciones didácticas matemático-comunicativas que tienen en cuenta el contexto y la función comunicativa de los contenidos algebraicos. Se fundamentan los criterios para evaluar el desempeño de los estudiantes en la comprensión de los objetos del AL [7], [18-19].

Criterios didácticos para valorar la idoneidad epistémica y cognitiva del aprendizaje significativo del concepto función. Se proponen los criterios didácticos para el desarrollo del trabajo con funciones en la enseñanza de las matemáticas en las CI [2].

Sistema de experto para el AL. Se desarrolla un sistema experto para el AL (SEAL) con cuatro versiones (SEALv1.0, SEALv2.0, SEALv3.0, SEALv4.0). Se aplica el clasificador el KNN, redes bayesianas y redes neuronales de tipo multilayer perceptron [16], [20-21].

Aplicaciones. Se logra contribuir al enriquecimiento teórico y práctico de la Didáctica de la Matemática y a la mejora del desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos en el PEA del CD y el AL en 3 universidades cubanas y 2 extranjeras. Los resultados tienen un alto grado de socialización y visibilidad a nivel nacional e internacional,

se utilizan en la docencia de postgrado, a la vez que goza de gran prestigio en Latinoamérica [1].

En conclusión, los resultados obtenidos, su implementación práctica, y su amplia socialización, impactan en la didáctica del CD y del AL para las CI, incidiendo notablemente en el mejoramiento del desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos. Esto generó la implementación de numerosas propuestas para el trabajo científico-metodológico [22-34]. Se logró incidir en la preparación de profesionales para la enseñanza de la Matemática para ingeniería, desde la formación en el pregrado hasta el postgrado. Los resultados gozan de gran reconocimiento a nivel nacional e internacional y constituyen un loable aporte, desde la ciencia, al perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática.

## Referencias bibliográficas

- [1] Pérez, O. (2018). La Matemática Educativa en Camagüey: incidencia social de un programa de maestría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21(2), 125-130.
- [2] Bueno, S; Pérez, O. (2018). La idoneidad epistémica del concepto función real de una variable real en carreras de ingenierías. *Revista Educación Matemática*. 30(2), 202-231.
- [3] Báez, A; Martínez-López, Y; Pérez, O; Pérez, R. (2017). Propuesta de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de ingeniería. *Formación Universitaria*. 10(3), 93-106.
- [4] Vargas, A; Pérez, o; Fabián, Y. (2017). Actividades para la integración del Álgebra Lineal y la programación en el primer año en la carrera de informática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 30, 1180-1189.
- [5] Báez, N; Blanco, R; Pérez, O. (2015). Dificultades de los alumnos en el trabajo con los conceptos del Cálculo Diferencial. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 28, 57-63.
- [6] Martín, A; Pérez, O; Casas, L; Espindola, A; Vargas, A. (2015). ¿Contribuye la didáctica del Álgebra Lineal a que los estudiantes identifiquen los espacios vectoriales como una estructura sistémica? *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 28, 315-322.
- [7] Mola, C; Montes de Oca, N; Rodríguez, M; Yordi, L; Sampedro, R; (2012). La comprensión del Álgebra Lineal en los estudiantes de ciencias técnicas en las universidades. *Revista digital Sociedad de la Información*. (12), 1-11
- [8] Báez, N; Heredia, W; Pérez, O. (2017). El movimiento de la variable en el cálculo diferencial: orientaciones didácticas. *Transformación*, 13(3), 444-455.
- [9] Báez, N., Pérez, O; Blanco, R. (2018). Los registros de representación semiótica como vía de materialización de los postulados vigotskianos sobre pensamiento y lenguaje. *Academia y Virtualidad*, 11(1). (en prensa)
- [10] Nardín, A; Montalván, M; Salgado, M; Pérez, O. (2017). Errores de los estudiantes en el tema de derivada de funciones de varias variables. *Revista Paradigma*, 38(1), 312-329.
- [11] Báez, N; Blanco, R; Pérez, O. (2015). Fundamentación teórica de la apropiación conceptual con ayuda de las TIC ejemplificado en la derivada. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 28, 1576-1582.

- [12] Fortuna, C; Montes de Oca, N; Guerrero, S. (2018). El análisis didáctico-tecnológico del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. *Transformación*, 14 (2), 286-294.
- [13] Heredia, W; Fernández, P. (2017). Representación social de la Matemática en estudiantes de ingeniería: un estudio exploratorio en cursos propedéuticos. *Transformación*, 13(1), 17-31.
- [14] Báez, A., Pérez, O; Triana, B. (2017). Propuesta didáctica basada en múltiples formas de representación semiótica de los objetos matemáticos para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial. *Academia y Virtualidad*, 10(2), 20-30.
- [15] Martín, A., Pérez, O; Martínez, Y. (2017). Propuesta didáctica para la enseñanza del concepto espacio vectorial. *REFCaiE: Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa*, 5(2), 195-209.
- [16] Martín, A; Pérez, O; Casa, L; Sánchez, R, (2017). Secuenciación didáctica entre logos y praxis de la combinación lineal. *Ciencias Matemáticas*. 31(2), 143-149.
- [17] Martín, A., Pérez, O., Blanco, R., Casas, L. (2014). Los espacios vectoriales, como estructuras algebraicas, en el proceso de enseñanza aprendizaje del Álgebra Lineal: una propuesta de investigación. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 1073-1082
- [18] Mola, C; Montes de Oca, N; Rodríguez, M; Yordi, L; Sampedro, R. (2013). Estudio sobre la comprensión del Álgebra Lineal en los estudiantes de Ciencias Técnicas en la Universidad de Camagüey. *Pedagogía Universitaria*, 17(5), 27-47
- [19] Sobrado, E; Sarduy, D; Espíndola, A. (2018). Estrategia didáctica para mejorar la calidad de la comunicación en matemática. *Transformación*, 14 (2), 272-285.
- [20] Coello, L; Pérez, O; Martín, A. (2016). Uso de técnicas de minería de datos para la enseñanza del Álgebra Lineal. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 29, 1420-1427
- [21] Coello Blanco, L.; Casas, L.; Pérez González, O.L.; Caballero Mota, Y. (2015). "Redes neuronales artificiales en la producción de tecnología educativa para la enseñanza de la diagonalización". *Revista Academia y Virtualidad*, 8, (1), 12-20.
- [22] Vargas, A; Lezcano, L; Pérez, O. (2017). Desarrollo de la habilidad de algorítmica a través del álgebra lineal con enfoque profesional. *Revista IPLAC*. No. 6.
- [23] Vargas; Lezcano, L; A; Pérez, O. (2017). Actividades para la integración del álgebra lineal y la programación. *Revista IPLAC*. No. 4.
- [24] Nardín, A; Ruiz, J; Báez, R; Prieto, D; Torres, R; Pacheco, S. (2012). Utilización de guías didácticas de Matemática en ex-learning en Ciencias Técnicas. *Pedagogía Universitaria*, 17(1), 47-61.
- [25] Álvarez, A; Ruiz, J; Bueno, S; Nardín, A. (2012). La sistematización de funciones reales de una variable real sobre la base del trabajo independiente y el uso de las nuevas tecnologías. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 25, 481-488.
- [26] Vargas, A; Pérez, O; Blanco, R; Martín, A. (2015). Modelo didáctico para el desarrollo de la habilidad de algoritmizar a través del Álgebra Lineal. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 28, 691-698
- [27] Vargas, A Burguet, L; Lezcano, L; Durán, M. (2018). Las relaciones intradisciplinarias en el currículo de la carrera ingeniería en ciencias informáticas: una visión desde el Álgebra Lineal. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31, 1209-1216.
- [28] Burguet, 1; Vargas, A (2018). El desempeño del docente en el proceso de desarrollo de habilidades de trabajo con algoritmos en la disciplina Álgebra Lineal. *Transformación*, 14(2), 286- 294.
- [29] Martín, A; Torres, D; Pérez, O. (2014). Criterios Valorativos y de medida de la enseñanza de la Matemática, en las asignaturas básicas en la Universidad Autónoma de Santo Domingo. *Anuario de Investigaciones Científicas 2013 de la Universidad Autónoma de Santo Domingo*. 2(1), 96-105.
- [30] Rodríguez, M; Ruiz, J; Bueno, S; Mola, C; Sampedro, R. (2012). Organización contextualizada del contenido de la disciplina matemática en la carrera de Ingeniería Química. *Pedagogía Universitaria*, 17(1), 103-114.
- [31] Ruiz, J; Yordi, 1; Nardín, A; Basulto, C. (2013). El trabajo independiente en asignaturas de Matemáticas para carreras universitarias. *Pedagogía Universitaria*. 18(3), 34-48.
- [32] García, S. B., Mora, J., Álvarez, A; Nardín, A. (2012). El aprendizaje de conceptos matemáticos desde una perspectiva desarrolladora. *Pedagogía Universitaria*, 17(1), 76-86.
- [33] Farit, J; Estrada, P; Ramos, 1 (2017). Una concepción y modo de gestión didáctica de la matemática en la carrera de ingeniería civil. *Transformación*, 13(1), 114-129.
- [34] Mola, C; Sampedro, R; González, M; Travieso, J. (2018). Sistema de tareas docentes para la formación del concepto de derivada. *Revista Paradigma*, Vol. 39(1), 267-281.

## AUTOR PARA LA CORRESPONDENCIA

**Dr.C. Olga Lidia Pérez González.** *Circunvalación Norte, entre Camino Viejo de Nuevitas y Ave. Ignacio Agramonte, Camagüey, Cuba. C.P. 74650 Camagüey, Cuba. Correo electrónico: olga.perez@reduc.edu.cu*